付録

電磁気学の復習

基礎方程式 (Maxwell’s Equation)

基礎方程式

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}$$

$$-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E}$$

ガウス

$$\boxed{\nabla \bullet \mathbf{D} = \rho}$$

$$\nabla \bullet \mathbf{B} = \rho_m = 0$$

物質の影響

$$\boxed{\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

電位の定義

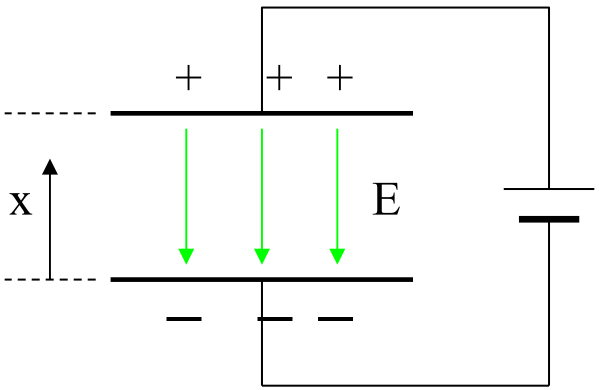
$$\boxed{\mathbf{E} = -\nabla V}$$

D: Electric Flux Density
J: Current Density
H: Magnetic Field
B: Magnetic Flux Density
E: Electric Field
ρ: True Charge
$\varepsilon_0\varepsilon_r$: Permittivity
$\mu_0\mu_r$: Permeability
V: Electric Potential

(箱) は半導体デバイスの解析でよく用いられる式

電位の一般的定義

高校物理での電位の定義



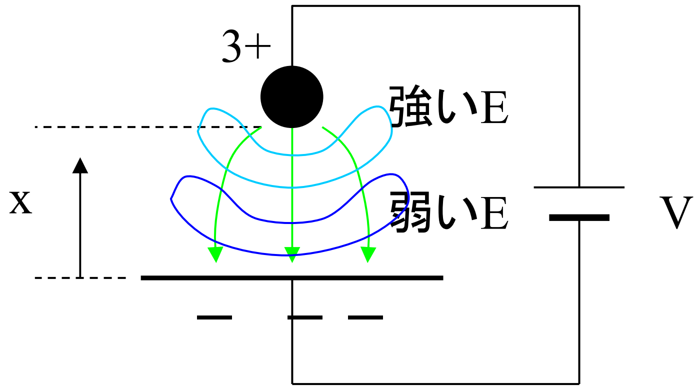
$$V(x) = -E \cdot x$$

E は比例係数として定義されている。
電場が均一の場合に成り立つ電位の定義

一般的な電位の定義（微分形）

$$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$$ [V/m]（1D記述）

$$= -\nabla V(x)$$（ベクトル解析の3D記法）



各位置 x で E が定義できるように拡張

電位の物理的意味

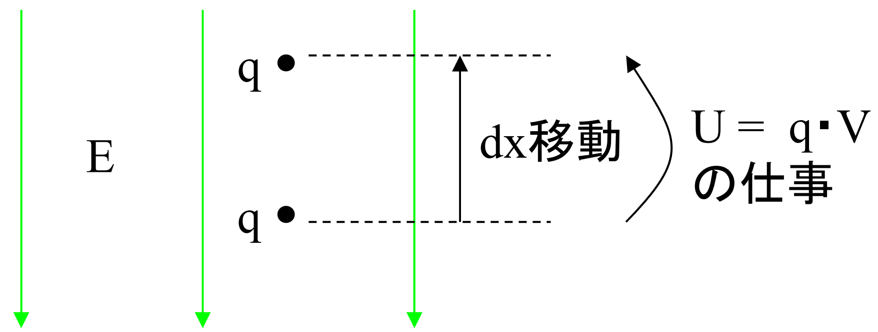
$$E = -\frac{dV}{dx} \text{より}$$

$$F = q \cdot E = -q\frac{dV}{dx}$$

$$-F \cdot dx = -q \cdot E \cdot dx = q \cdot dV$$

両辺を積分すると

$$\text{位置エネルギー} U = -\int F \cdot dx = -q\int Edx = q\int dV = q \cdot V$$

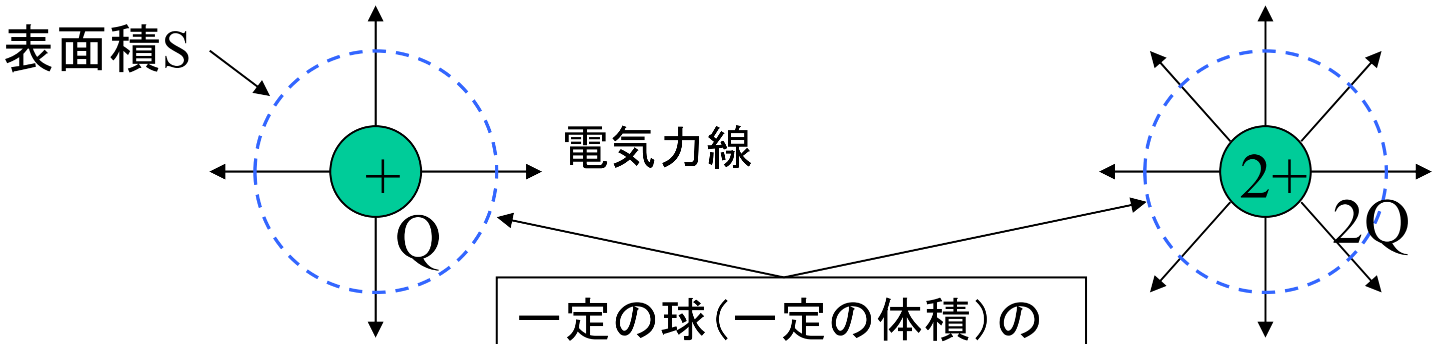


電界と反対方向に電荷を動かすと
位置エネルギーがqVだけ増える

$\boxed{\text{電荷qを移動させたとき、V＝位置エネルギー／q}}$

ガウスの法則

電界は単位面積の電気力線本数

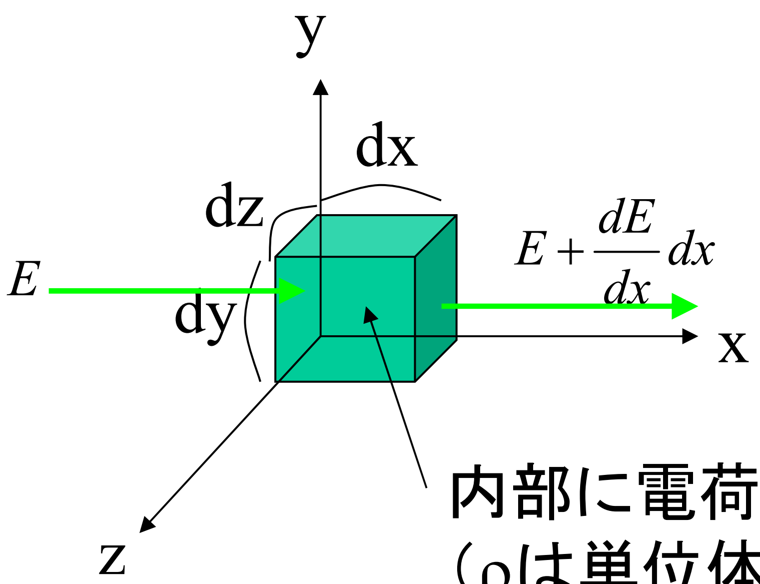


一定の球(一定の体積)の中にある電荷と電気力線の本数は比例する

$$\text{電気力線の本数}\quad N = E \cdot S = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

比例係数(真空の誘電率 [F/m]の逆数)

ガウスの法則の微分形



$$\frac{dE}{dx}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ 1Dガウスの法則

$$\nabla \bullet \mathbf{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

（ベクトル解析の3D記法）

内部に電荷Q = ρ･dxdydz が存在するとき
（ρは単位体積の電荷 [Coul/m^3]）

箱の面を通過する電気力線の本数N

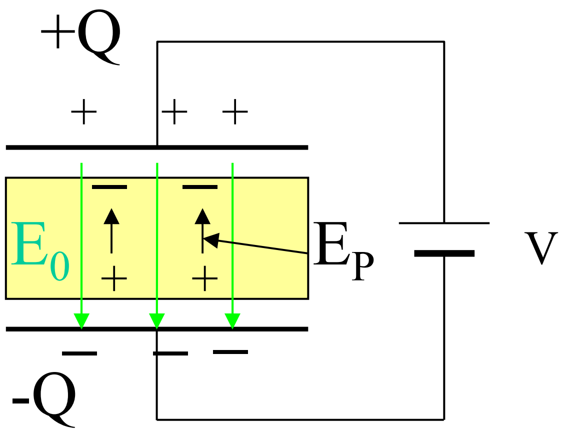
$$N=(E+\frac{dE}{dx}dx)\cdot dydz-E\cdot dydz=\frac{dE}{dx}dxdydz=\frac{1}{\varepsilon_0}Q=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho\cdot dxdydz$$

物質中の電界

物質外部から加えた電界E_0

物質が分極して発生した電界E_P

物質中の電界はE_Pによって弱められる。



$$E_P = \chi \cdot E$$ （Ep とEが比例する場合）

$$E = E_0 - E_P = E_0 - \chi \cdot E$$

$$\therefore E_0 = (1+\chi)E \equiv \varepsilon_r E$$

$$\frac{dE_0}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ ガウスの法則

$$\frac{dE_0}{dx} = \varepsilon_r \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore \frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$D = \varepsilon_r \varepsilon_0 E$ を定義すると $\frac{dD}{dx} = \rho$

(物質に依存しないガウスの法則)

ポアソンの方程式(Poisson's Equation)

$$\begin{cases} \text{電位の定義} \quad E = -\dfrac{dV}{dx} = -\nabla V \quad \text{（ベクトル解析の3D記法）} \\ \text{ガウスの法則} \quad \dfrac{dE}{dx} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} = \nabla \bullet \mathbf{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{（ベクトル解析の3D記法）} \end{cases}$$

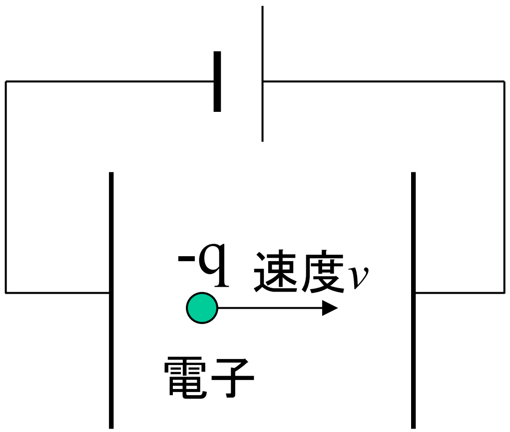
ポアソンの方程式

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$$-\nabla \bullet \nabla V = -\Delta V = -\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)V = \frac{\rho}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad \text{（ベクトル解析の3D記法）}$$

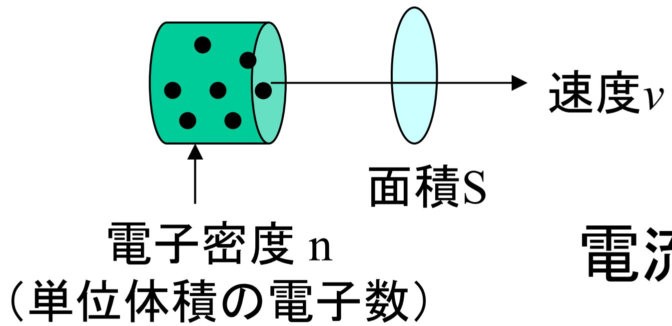
ポアソンの方程式により、電荷の分布 ρ(x) から電位分布V(x)を計算できる

移動度μと電子濃度nと電流Iの関係



$v = -\mu_n E$ （速度と電界が比例すると仮定）

E: 電界(V/m)
μ_n:電子の移動度(m^2/Vs)
-q: 電子の電荷(クーロン)



単位時間に面積Sを通過する電子数N

$$N = n \cdot v \cdot S$$

電流: $I = -q \cdot N = -q \cdot n \cdot v \cdot S = -q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E \cdot S$

電流密度: $J = \dfrac{I}{S} = -q \cdot n \cdot \mu_n \cdot E$