第0章　回路の基礎

これまでの復習

信号と情報

信号（情報の物理表現）
空間と時間の関数

情報（信号、構造、記号などを含む表現）
空間と時間の関数に限らない

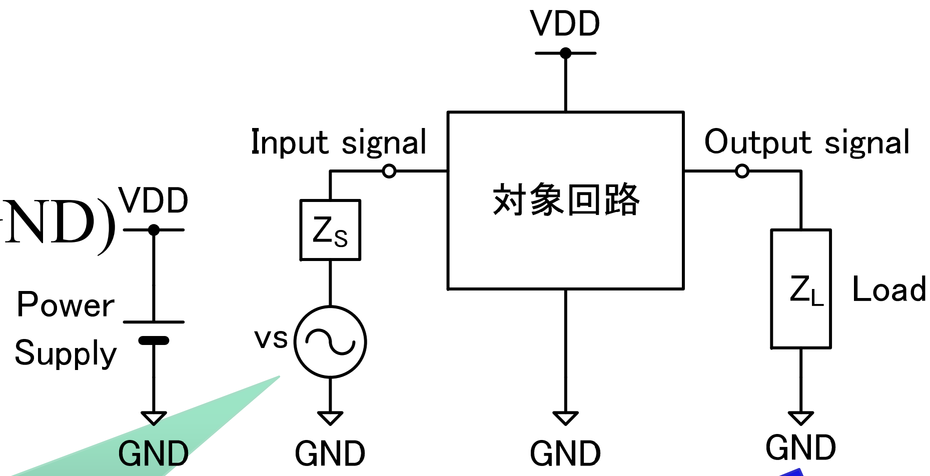
電子回路で扱う信号形態

周波数	位相	振幅
電圧	電荷	電流
ビットパターン	パルス幅	パルス数

回路の解析に必要な要素

- 電源(Power supply)
- 入力信号(Input signal)
- 出力信号(Output signal)
- 信号源(Source)
- 負荷(Load)
- グランド(Ground or GND)

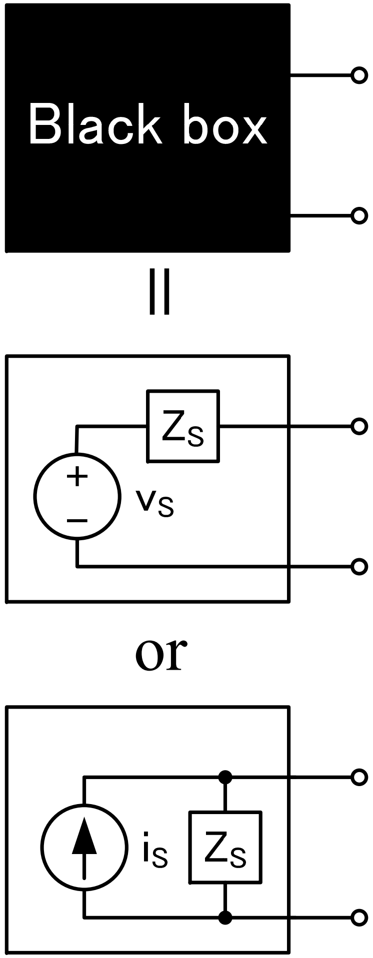
対象とする回路の特性は Z_S, Z_Lに依存



信号源（vs, Z_S）＝前段の等価回路

負荷＝後段の等価回路

等価回路の定理



測定

開放電圧 = v_S
短絡電流 = i_S

テブナンの定理より

$$Z_S = \frac{v_S}{i_S}$$

ノートンの定理より

$$Z_S = \frac{v_S}{i_S}$$

ただし、内部の素子のI-V特性が全て線形の場合に成立

オイラーの公式による複素数表示

$$V(t) = \mathrm{V_a}(\omega)(\cos\omega t + j\sin\omega t) = \mathrm{V_a}(\omega)e^{j\omega t}$$

複素数でもよい

[注] 通常、複素ベクトルはこれを外してVa(ω)だけを扱う

時間微分

$$\frac{d}{dt}V(t) = \omega\mathrm{V_a}(-\sin\omega t + j\cos\omega t) = \omega\mathrm{V_a}\left\{\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + j\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})\right\}$$

$$= \omega\mathrm{V_a}e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})} = \omega\mathrm{V_a}\left(\cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2}\right)e^{j\omega t} = j\omega V(t)$$

微分＝cos, sin関数の位相が進む＝$j\omega$を掛ける

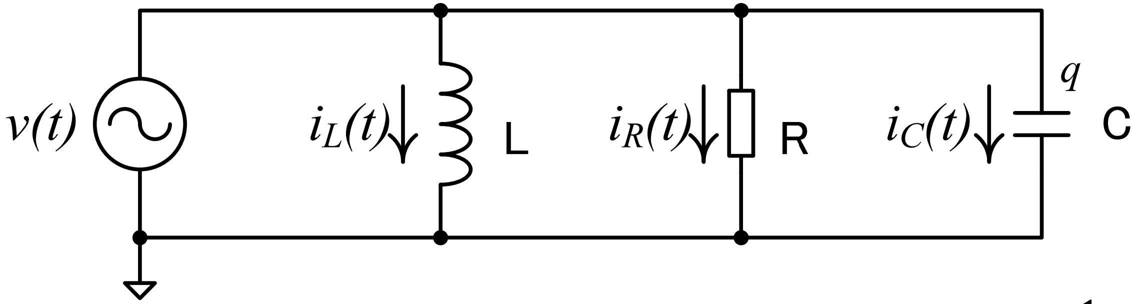
時間積分

$$\int V(t)dt = \frac{\mathrm{V_a}}{\omega}(\sin\omega t - j\cos\omega t) = \frac{\mathrm{V_a}}{\omega}\left\{\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) + j\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})\right\}$$

$$= \frac{\mathrm{V_a}}{\omega}e^{j(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \frac{\mathrm{V_a}}{\omega}\left(\cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2})\right)e^{j\omega t} = \frac{1}{j\omega}V(t)$$

積分＝cos, sin関数の位相が遅れる＝$j\omega$で割る

LRCの線形性



$$v(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \qquad v(t) = Ri_R(t) \qquad v(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int v(t)dt \qquad i_R(t) = \frac{1}{R}v\,(t) \qquad i_C(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dv(t)}{dt}$$

複素数表示　　複素数表示　　複素数表示

$$I_L(t) = \frac{1}{L}\int V(t)dt = \frac{1}{j\omega L}V(t) \qquad I_R(t) = \frac{1}{R}V(t) \qquad I_C(t) = C\frac{dV(t)}{dt} = j\omega CV(t)$$

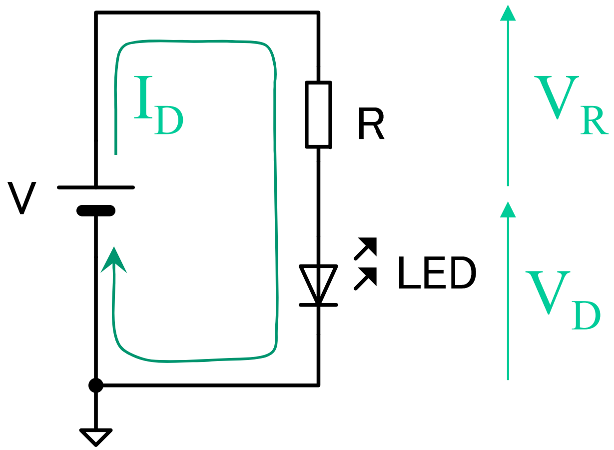
I_L-Vの複素振幅が比例
（位相は遅れる）

I_R-Vが比例
（位相は同じ）

I_C-Vの複素振幅が比例
（位相は進む）

非線形回路方程式

I_Dを求めよ。



$$\begin{cases} V = V_R + V_D \\ V_R = RI_D \\ I_D = I_S\left(e^{\frac{q}{nkT}V_D} - 1\right) \end{cases}$$

$$I_D = I_S\left(e^{\frac{q}{nkT}(V - V_R)} - 1\right) = I_S\left(e^{\frac{q}{nkT}(V - RI_D)} - 1\right)$$

この方程式は、I_Dが解けない。従ってV_D, V_Rも解けない。

ここまでのまとめ

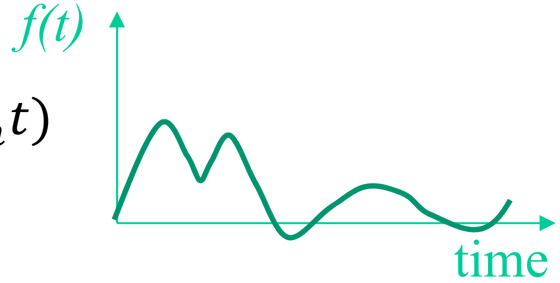
- Rだけの回路方程式は、交流、直流に関係なく解ける
- LCRの回路方程式は、交流に関して解ける（$\omega \to 0$の極限として直流も解ける）
- 非線形な特性の素子を含む回路方程式は一般的に解けない

近似または数値シミュレーションが必要

信号の表現

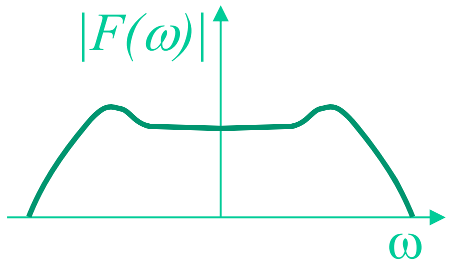
時間 t

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} (b_n \cos\omega_n t + a_n \sin\omega_n t)$$



角周波数 ω

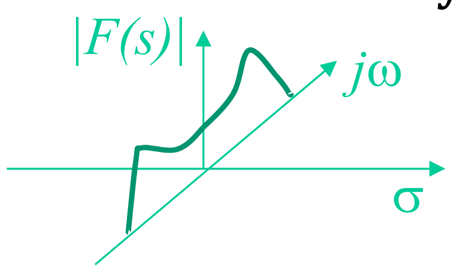
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$



σ = 0 のとき等価（ただし周期波形）

ラプラス変数 s

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) u(t) e^{-(\sigma + j\omega)t} dt = \int_{0}^{\infty} f(t) e^{-(\sigma + j\omega)t} dt$$



伝達関数

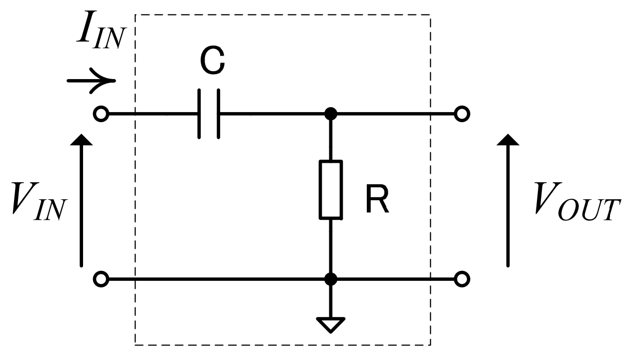
- LCRの回路方程式は複素電流振幅-複素電圧振幅の関係が線形なので、代数方程式として入力-出力の関係を解くことができる
- 一方、半導体素子は非線形なので、代数学的に解けない（非線形性を取り除く方法は講義中に解説）

周波数伝達関数（ω変数） 通常の伝達関数（s変数）

$$H(\omega) = \frac{V_{OUT}(\omega)}{V_{IN}(\omega)} \xleftarrow{s = j\omega} H(s) = \frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)}$$

jω軸上の有理関数（複素数） s平面上の有理関数（複素数）

1次伝達関数の解析例



$$\begin{cases} v_{in}(t) = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^{\infty} i_{in}(t)dt + Ri_{in}(t) \\ v_{out}(t) = Ri_{in}(t) \end{cases}$$

$$\downarrow \mathcal{L}$$

$$\begin{cases} V_{IN}(s) = \frac{1}{C}\left(\frac{I_{IN}(s)}{s} + \frac{q(t=0)}{s}\right) + RI_{IN}(s) = \left(\frac{1}{sC} + R\right) I_{IN}(s) \\ V_{OUT}(s) = RI_{IN}(s) \end{cases}$$

$$H(s) = \frac{V_{OUT}(s)}{V_{IN}(s)} = \frac{R}{\frac{1}{Cs} + R} = \frac{sRC}{1 + sRC} \xrightarrow{\mathrm{s} = j\omega} H(\omega) = \frac{V_{OUT}(\omega)}{V_{IN}(\omega)} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

分子、分母を$(1 \pm \mathrm{s}X)$や$(1 \pm j\omega X)$の形に式を変形するのがコツ（後述）

ポールとゼロ（pole and zero）

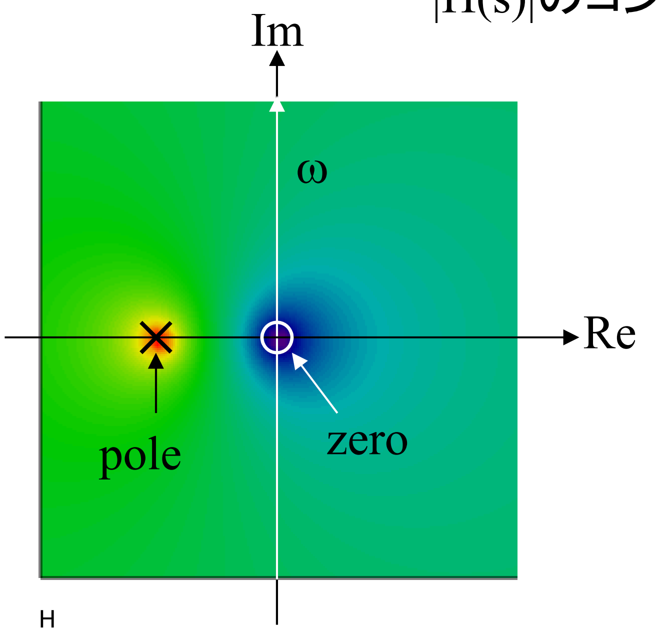
$$H(s) = \frac{a \cdot s + b}{s + c} \quad \text{(a, b, c = 実数)}$$

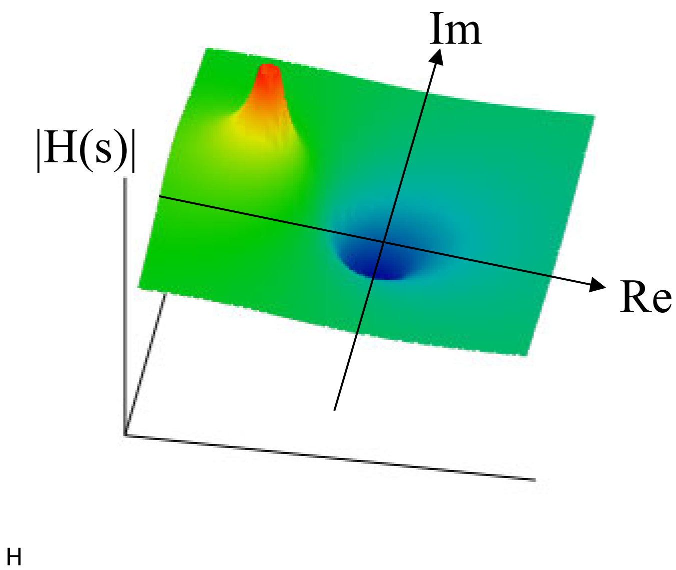
伝達関数の形

$a = 0, \quad b \neq 0$	LPF型
$a \neq 0, \quad b = 0$	HPF型

|H(s)| = 0 の点をゼロ
|H(s)| = ∞ の点をポール
と呼ぶ

|H(s)|のコンターマップ



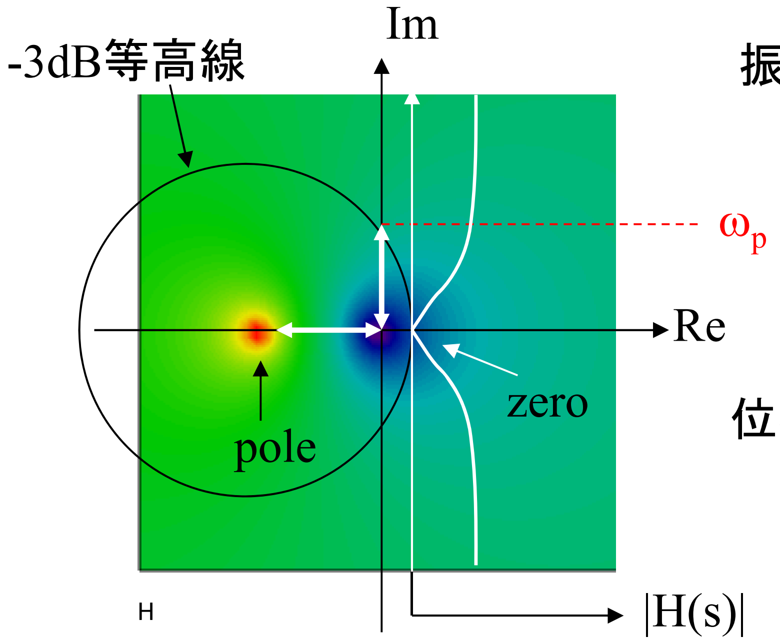


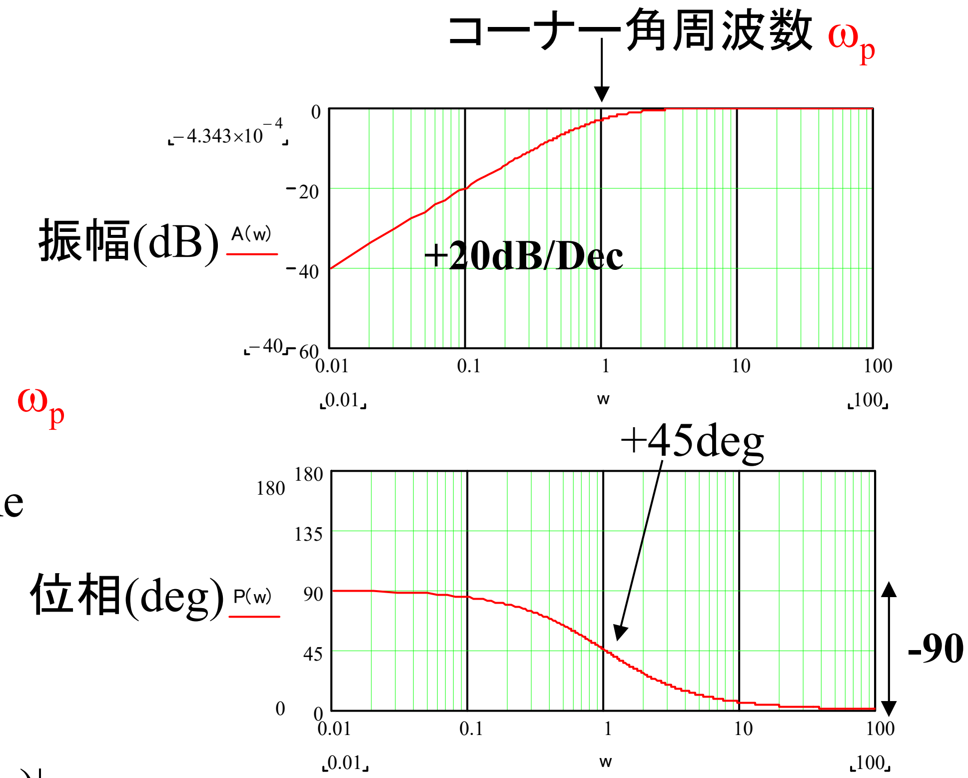
ボーデ線図（Bode diagram）

1次伝達関数

$$H(s) = \frac{a \cdot s}{s + c}$$

回路を通過するときの特性を振幅と位相で表したものがボーデ線図



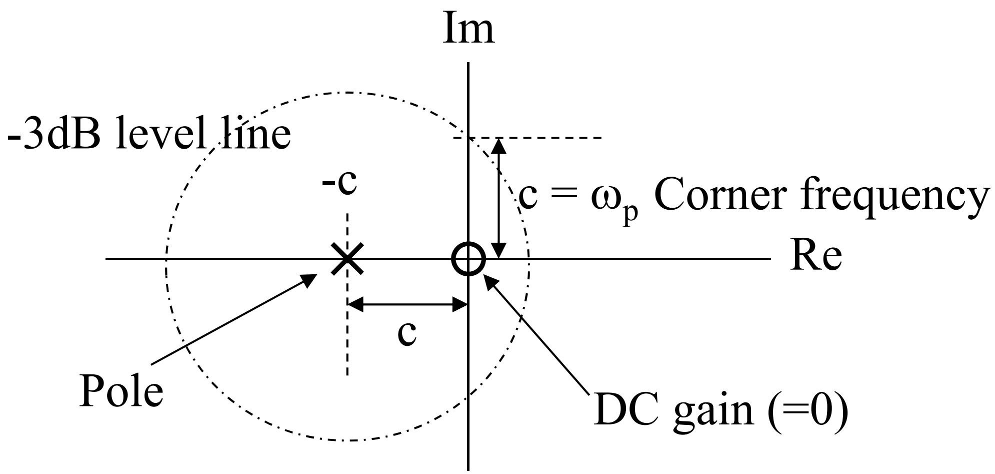


ポールとコーナ角周波数の位置関係

$$H(s)=\frac{as}{s+c}$$

$$H(j\omega)=\frac{j\omega\frac{a}{c}}{1+j\frac{\omega}{c}}$$

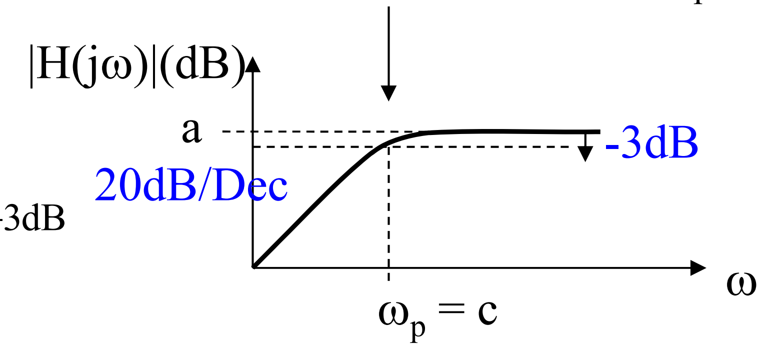
$$|H(j\omega)|=\frac{\omega\frac{a}{c}}{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{c^2}}}$$



コーナ角周波数または遮断角周波数($\omega_p/c = 1$)

$$\begin{cases} \omega << c \rightarrow |H(j\omega)| = \omega\frac{a}{c} & \text{ωに比例} \\ \omega = c \rightarrow |H(j\omega)| = \frac{a}{\sqrt{2}} & \\ \omega >> c \rightarrow |H(j\omega)| = a & \text{定数} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = -3\text{dB}$$



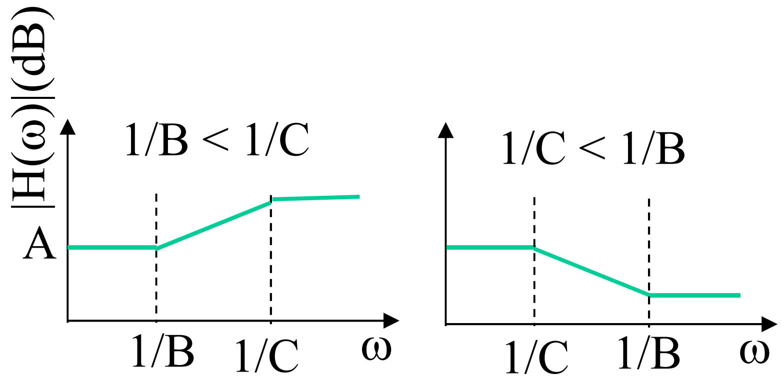
周波数特性の計算テクニック-1

1-Zero, 1-Poleの例

伝達関数の分子、分母を(1±*jω*X)の形にするとよい。

$$H(\omega) = A\frac{P(\omega)}{Q(\omega)} = A\frac{1 + j\omega B}{1 + j\omega C}$$

$$|H(\omega)| = A\frac{|P(\omega)|}{|Q(\omega)|} = A\frac{\sqrt{1 + \omega^2 B^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2}}$$



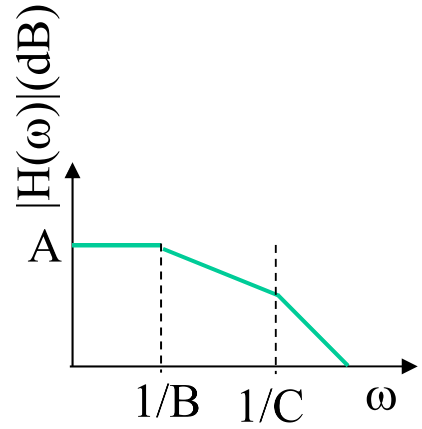
$$\begin{cases} \omega \ll \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = 1 \\ \omega = \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = \sqrt{2} \text{（コーナ）} \\ \omega \gg \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = \omega \mathrm{B} \end{cases}
\qquad
\begin{cases} \omega \ll \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = 1 \\ \omega = \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = \sqrt{2} \text{（コーナ）} \\ \omega \gg \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = \omega \mathrm{C} \end{cases}$$

周波数特性の計算テクニック-2

2-Poleの例

$$H(\omega) = A\frac{1}{P(\omega)Q(\omega)} = A\frac{1}{(1 + j\omega B)(1 + j\omega C)}$$

$$|H(\omega)| = A\frac{1}{|P(\omega)||Q(\omega)|} = A\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 B^2}\sqrt{1 + \omega^2 C^2}}$$

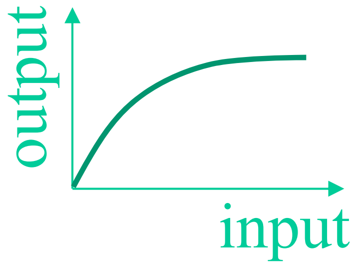


$$\begin{cases} \omega \ll \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = 1 \\ \omega = \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = \sqrt{2}\ \text{（コーナ）} \\ \omega \gg \dfrac{1}{B} & |P(\omega)| = \omega \mathrm{B} \end{cases}$$

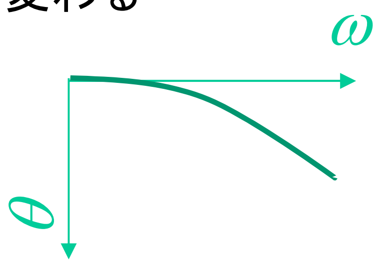
$$\begin{cases} \omega \ll \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = 1 \\ \omega = \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = \sqrt{2}\ \text{（コーナ）} \\ \omega \gg \dfrac{1}{C} & |Q(\omega)| = \omega \mathrm{C} \end{cases}$$

信号の誤差

- 雑音
  - 量子化雑音（ディジタル信号）
    - ディジタル化に伴う丸め誤差
    - 信号処理により抑制できる
  - 統計的雑音（アナログ信号）
    - 電子の運動状態の統計的揺らぎ
    - 原理的に発生は抑制できない
- 歪み
  - 非線形歪み
    - 入力-出力特性の非線形性によって波形がゆがむ
    - 評価指標：ハーモニックディストーション
  - 位相歪み
    - 位相の周波数依存性によって波形が崩れる
    - 評価指標：群遅延 $\tau_G = -\frac{d\theta}{d\omega}$

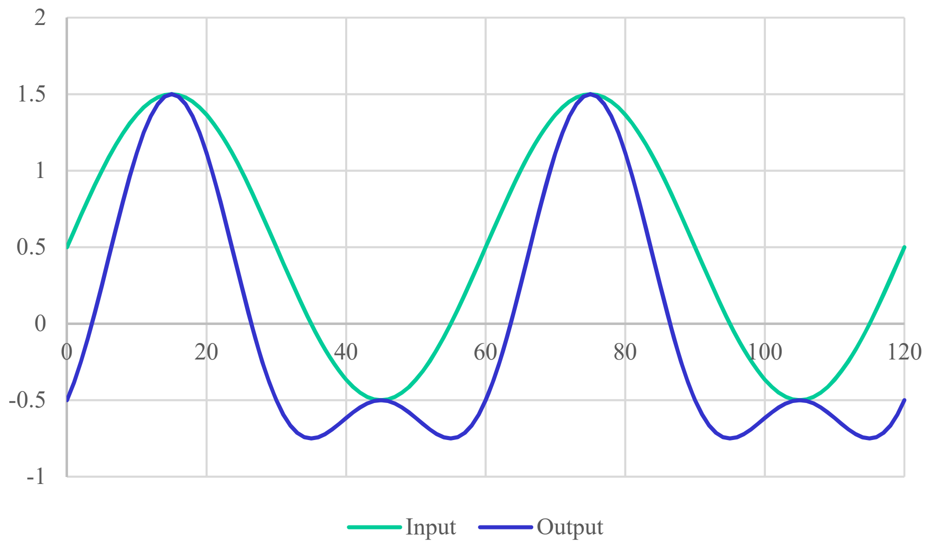


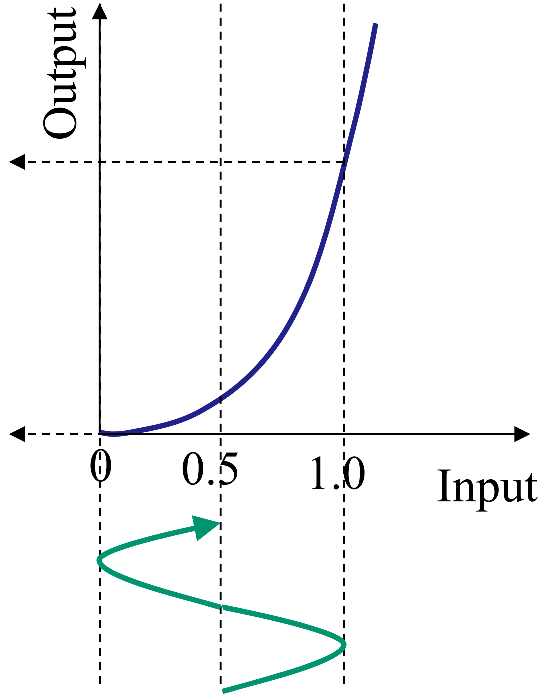
sin(ωt)の波形自体が変わる



sin(ω_1t)とsin(ω_2t)成分の位相がずれる

非線形だと高調波が発生する？



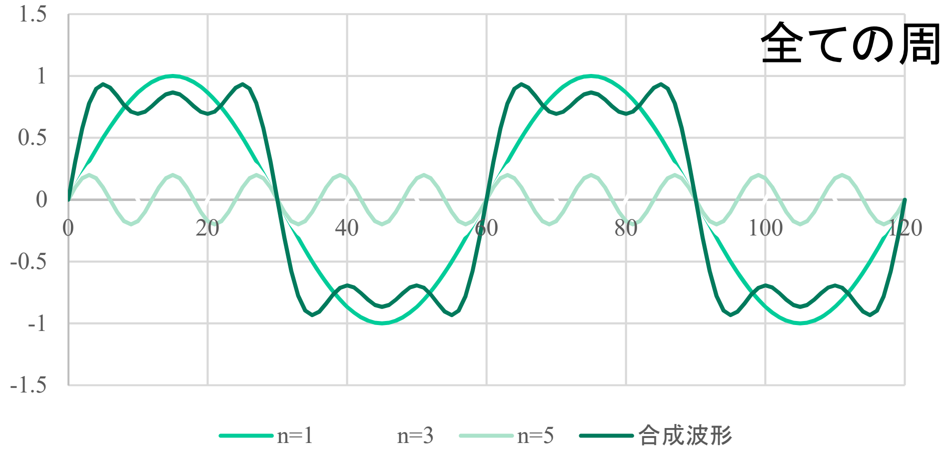


$$x = \sin\omega t + \frac{1}{2} \longrightarrow \boxed{y = x^2 - \frac{3}{4}} \longrightarrow y = \sin^2\omega t + \frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{1}{2}\cos 2\omega t$$

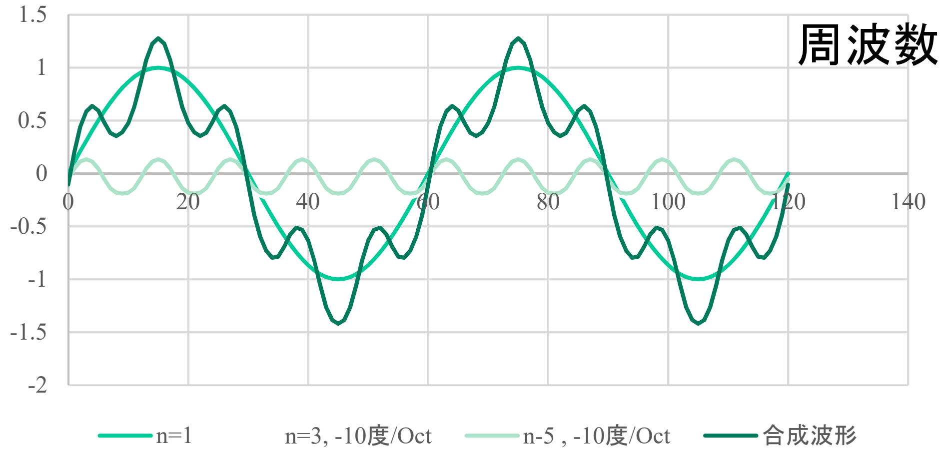
入力と異なる周波数成分（高調波）が発生

位相がずれると波形が変わる？

全ての周波数で位相＝0のとき



周波数が2倍毎に位相が6度遅れたとき



入力に複数の周波数が
含まれた波形は崩れる

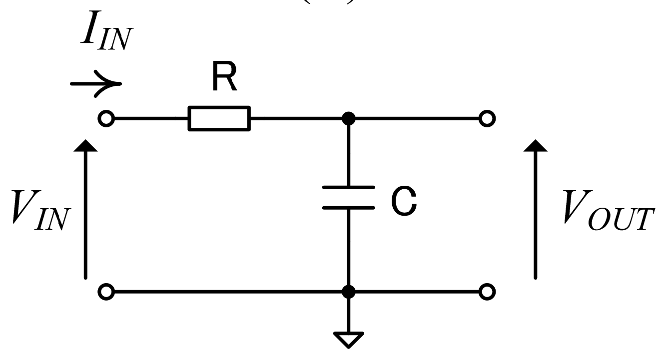
回路図の作成方法

- 宿題で使用するLTspiceに回路図エディタが付属しているが、図として、あまりかっこよくないので、学生実験のレポートなどでは、下記のダイアグラム作成ソフトを試してみよう。回路図の他、フローチャート、ネットワークダイアグラムなどもきれいに描けます。
- 使用法の解説ページ
  – http://jaco.ec.t.kanazawa-u.ac.jp/edu/index.php?draw.io

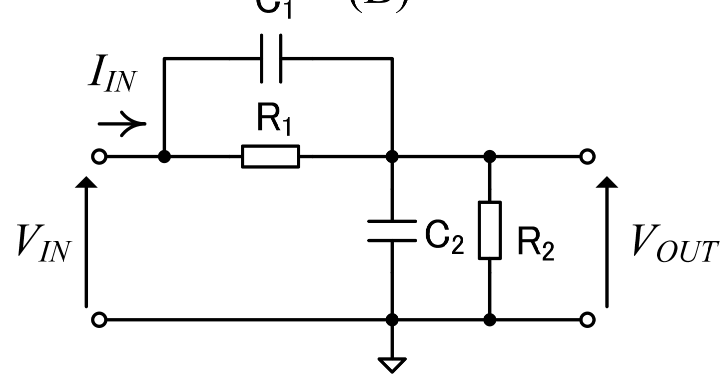
課題０．２

1. 下記の回路（A), (B)の周波数伝達関数、コーナ角周波数、ボーデ線図（振幅と位相）の概略図を示せ。ただし、周波数伝達関数は、分子と分母を$(1+j\omega X)$または定数の形で表すこと。

(A)



(B)



2. 今回の講義の中で疑問を持ったことや解らなかったことを詳しく書いてください。全て理解できた場合は、全て理解できたでかまいません。