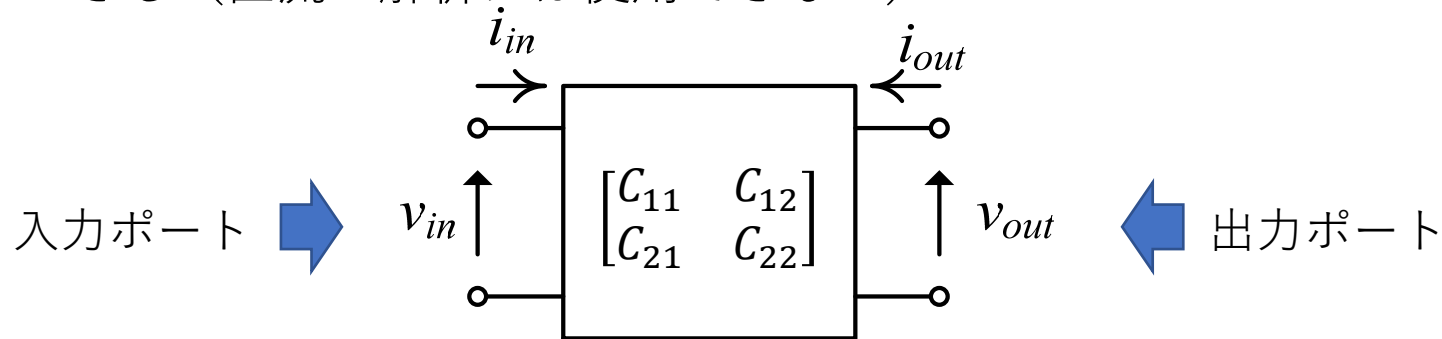


2端子対回路網パラメータ

以下の場合に、回路の特性は、**2端子対回路網パラメータ(Two-terminal pair network parameters)**で表せる

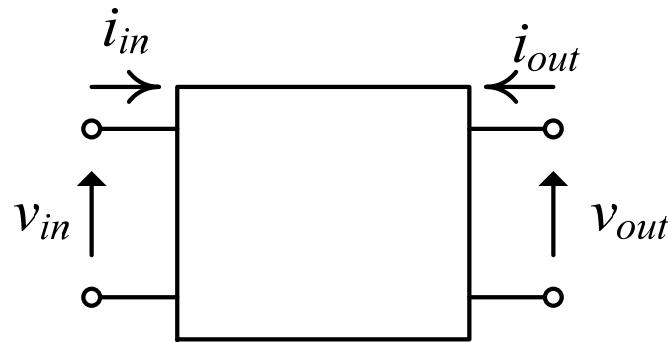
- 内部に電源を含まない（トランジスタの小信号等価回路）
- 線形素子で回路網が構成されている
- トランジスタを含む回路の場合は小信号等価回路に対して適用できる（直流の解析には使用できない）



4つの変数 v_{in} , i_{in} , v_{out} , i_{out} の間の関係は、2行2列の2端子対回路網パラメータ行列により表すことができる。

[重要] v_{in} , i_{in} , v_{out} , i_{out} の値は、外部負荷や信号源など、接続するものによって変化するが、**2端子対回路網パラメータは外部接続するものによって変化しないので、回路をブラックボックス化できる。**

よく使用される2端子対回路網 パラメータの例



Yパラメータ
$$\begin{bmatrix} i_{in} \\ i_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix}$$

Hパラメータ
$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix}$$

Fパラメータ
$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ -i_{out} \end{bmatrix}$$
 ← 他のパラメータと i_{out} が逆向きなので注意

[参考] 高周波では、配線上に電圧波や電流波が発生し、配線上で $i=0$ または $v=0$ の条件を実現することが難しいため、各ポートの入射波と反射波の関係を表すSパラメータが使用される。

2端子対回路網パラメータの算出方法

Yパラメータ

$$y_{11} = \left. \frac{i_{in}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} \quad (\text{S})$$

$$y_{12} = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} \quad (\text{S})$$

$$y_{21} = \left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} \quad (\text{S})$$

$$y_{22} = \left. \frac{i_{out}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} \quad (\text{S})$$

Hパラメータ

$$h_{11} = \left. \frac{v_{in}}{i_{in}} \right|_{v_{out}=0} \quad (\Omega)$$

$$h_{12} = \left. \frac{v_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{in}=0}$$

$$h_{21} = \left. \frac{i_{out}}{i_{in}} \right|_{v_{out}=0}$$

$$h_{22} = \left. \frac{i_{out}}{v_{out}} \right|_{i_{in}=0} \quad (\text{S})$$

Fパラメータ

$$A = \left. \frac{v_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0}$$

$$B = \left. \frac{v_{in}}{-i_{out}} \right|_{v_{out}=0} \quad (\Omega)$$

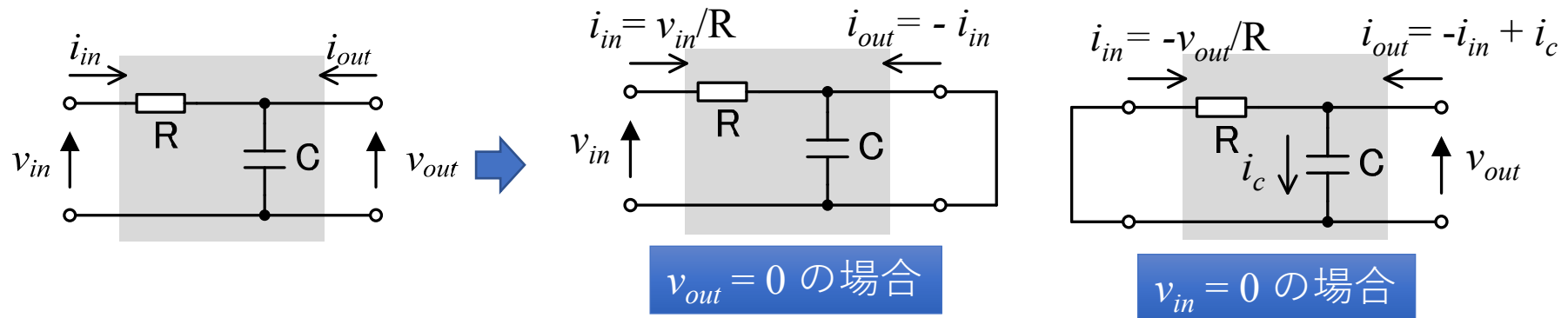
$$C = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} \quad (\text{S})$$

$$D = \left. \frac{i_{in}}{-i_{out}} \right|_{v_{out}=0}$$

$v=0$ 条件はポートを短絡することに相当。 $i=0$ 条件はポートを開放することに相当。

Yパラメータの導出例

Yパラメータは、入力ポートと出力ポートの短絡条件から求められる。



$$y_{11} = \left. \frac{i_{in}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{1}{R}$$

$$y_{12} = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} = -\frac{1}{R}$$

$$y_{21} = \left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = -\frac{1}{R}$$

$$y_{22} = \left. \frac{i_{out}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} = \frac{-i_{in} + i_c}{v_{out}} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

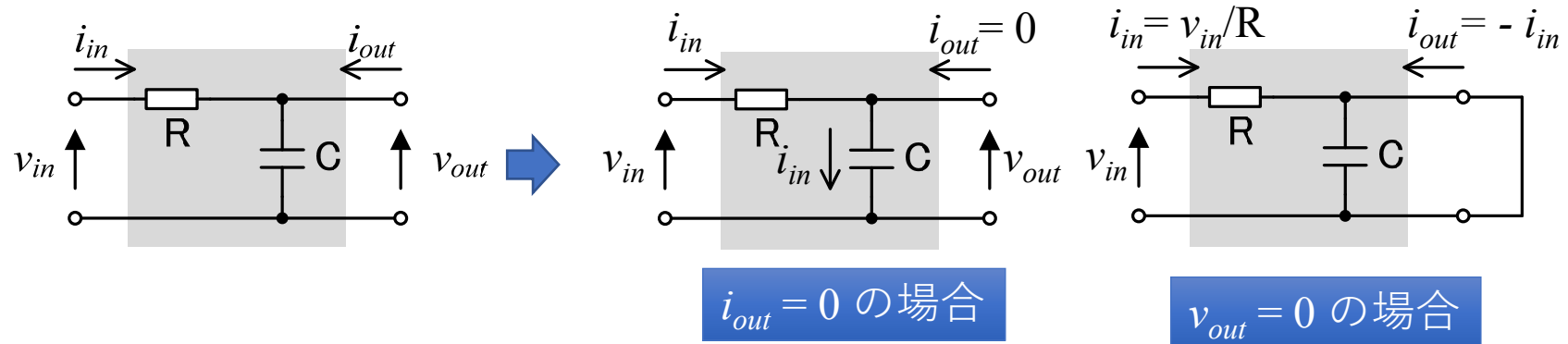
クイズ 1

1. $i_{out} = 0$ （出力端子開放）における周波数伝達関数をYパラメータで表せ。
2. $i_{out} = -v_{out}/R_L$ （出力端子 R_L 終端）における周波数伝達関数をYパラメータで表せ。



Fパラメータの導出例

Fパラメータは、出力ポートの開放条件と短絡条件から求められる。



$$A = \left. \frac{v_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{v_{in}}{\frac{1}{j\omega C} \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} v_{in}} = 1 + j\omega CR$$

$$B = \left. \frac{v_{in}}{-i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{v_{in}}{i_{in}} = \frac{v_{in}}{\frac{1}{R} v_{in}} = R$$

$$C = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{i_{in}}{\frac{1}{j\omega C} i_{in}} = j\omega C$$

$$D = \left. \frac{i_{in}}{-i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{i_{in}}{i_{in}} = 1$$

クイズ 2

1. $i_{out} = 0$ (出力端子開放) における周波数伝達関数をFパラメータで表せ。
2. $i_{out} = -v_{out}/R_L$ (出力端子 R_L 終端) における周波数伝達関数をFパラメータで表せ。



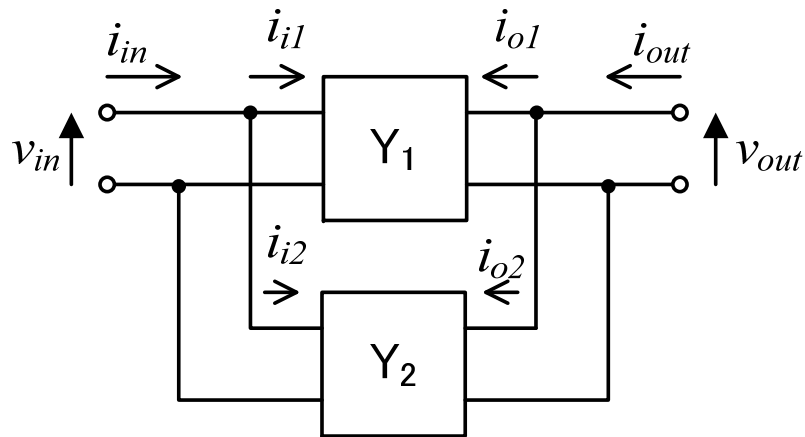
回路の接続とパラメータ行列

2端子対回路網パラメータを使用すると、要素回路をつなぎ合わせた複雑な回路の解析が簡単になる。

並列接続



Y行列の加算



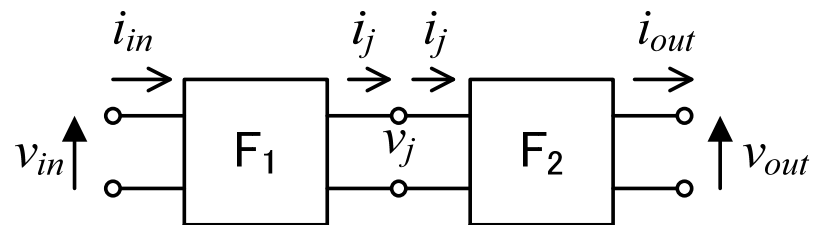
$$\begin{bmatrix} i_{i1} \\ i_{o1} \end{bmatrix} = Y_1 \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_{i2} \\ i_{o2} \end{bmatrix} = Y_2 \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_{in} \\ i_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{i1} \\ i_{o1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{i2} \\ i_{o2} \end{bmatrix} = (Y_1 + Y_2) \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix}$$

従属接続



F行列の積

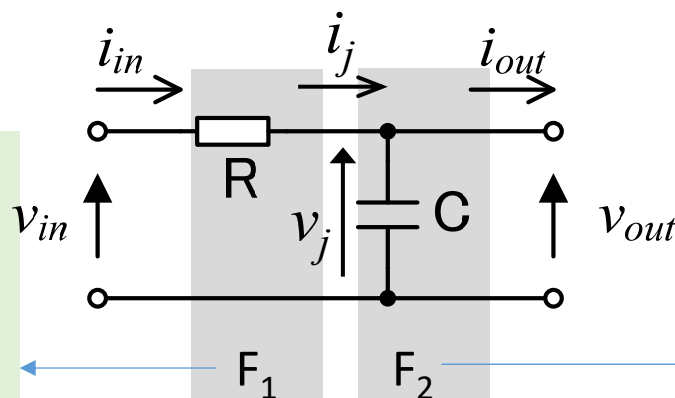


$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = F_1 \begin{bmatrix} v_j \\ i_j \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} v_j \\ i_j \end{bmatrix} = F_2 \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = F_1 F_2 \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

Fパラメータの簡単な求め方

縦続接続した複数の回路に分割すると簡単な行列の積で表される。



$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j \\ i_j \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \left. \frac{v_{in}}{v_j} \right|_{i_j=0} = 1$$

$$B_1 = \left. \frac{v_{in}}{i_j} \right|_{v_j=0} = R$$

$$C_1 = \left. \frac{i_{in}}{v_j} \right|_{i_j=0} = 0$$

$$D_1 = \left. \frac{i_{in}}{i_j} \right|_{v_j=0} = 1$$

$$\begin{bmatrix} v_{in} \\ i_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + j\omega CR & R \\ j\omega C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_j \\ i_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{out} \\ i_{out} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \left. \frac{v_j}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = 1$$

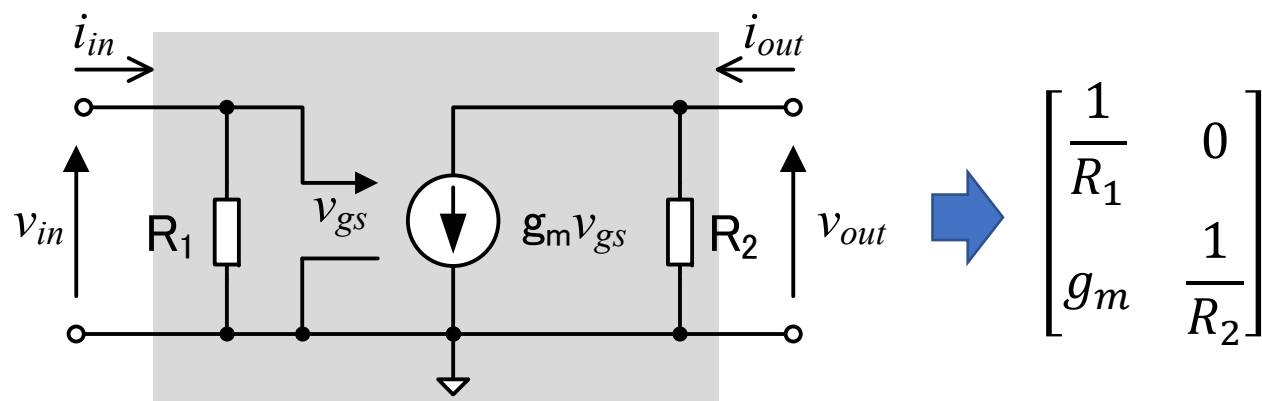
$$B_2 = \left. \frac{v_j}{i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = 0$$

$$C_2 = \left. \frac{i_j}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = j\omega C$$

$$D_2 = \left. \frac{i_j}{i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = 1$$

増幅回路のY行列

電圧制御電流源のみでは、2端子対回路網パラメータを求めることができないので、増幅回路全体で2端子対回路網パラメータを求める。



$$y_{11} = \left. \frac{i_{in}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{\frac{1}{R_1} v_{in}}{v_{in}} = \frac{1}{R_1}$$

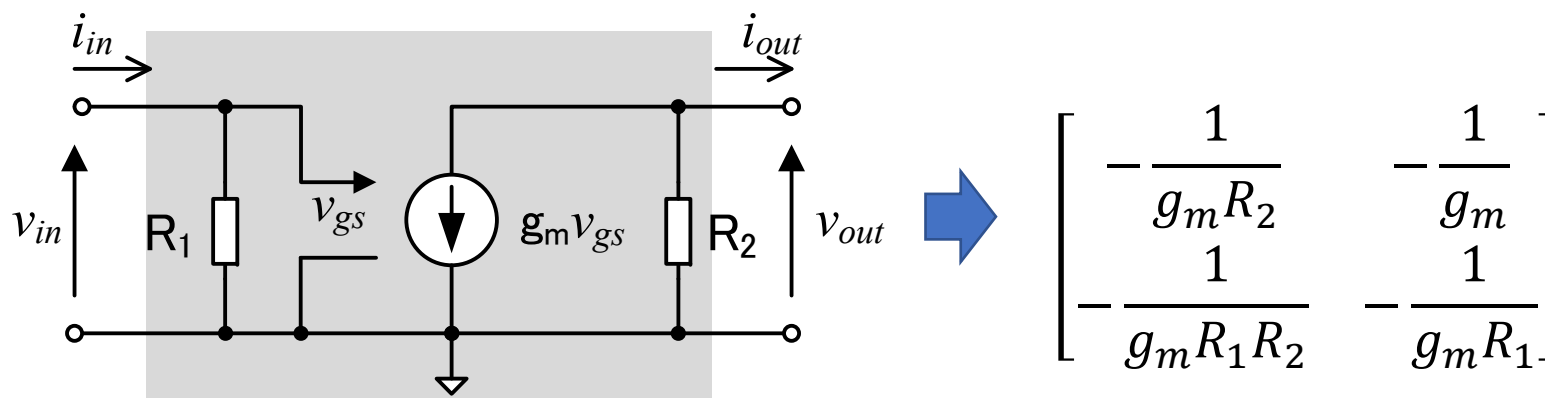
$$y_{12} = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} = \frac{0}{v_{out}} = 0$$

$$y_{21} = \left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{g_m v_{in}}{v_{in}} = g_m$$

$$y_{22} = \left. \frac{i_{out}}{v_{out}} \right|_{v_{in}=0} = \frac{\frac{1}{R_2} v_{out}}{v_{out}} = \frac{1}{R_2}$$

増幅回路のF行列

電圧制御電流源のみでは、2端子対回路網パラメータを求めることができないので、増幅回路全体で2端子対回路網パラメータを求める。



$$A = \left. \frac{v_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{v_{in}}{-g_m v_{in} R_2} = -\frac{1}{g_m R_2}$$

$$B = \left. \frac{v_{in}}{i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{v_{in}}{-g_m v_{in}} = -\frac{1}{g_m}$$

$$C = \left. \frac{i_{in}}{v_{out}} \right|_{i_{out}=0} = \frac{\frac{1}{R_1} v_{in}}{-g_m v_{in} R_2} = -\frac{1}{g_m R_1 R_2}$$

$$D = \left. \frac{i_{in}}{i_{out}} \right|_{v_{out}=0} = \frac{\frac{1}{R_1} v_{in}}{-g_m v_{in}} = -\frac{1}{g_m R_1}$$