

第5章 バイアスと小信号パラメータ

増幅の原理とトランジスタの交流パラメータ

トランジスタを用いて増幅が行われる仕組み

5.1 増幅の原理

要素回路

システムは各種の機能回路を組み合わせて構成されている。
機能回路は、各種の要素回路によって構成されている。

回路形式	主な要素回路
デジタル回路	インバータ、NAND、NOR TG(トランスマッションゲート) DFF(Dタイプフリップフロップ)
アナログ回路	カレントミラー 増幅回路 アナログスイッチ(回路はTGと同じ)

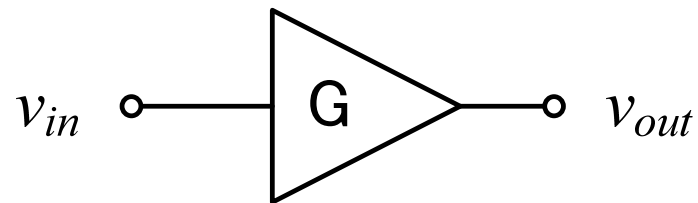
まず、要素回路の動作原理、設計、性能(または制約)について十分理解する必要がある(電子回路及び演習A, Bの目標)。

増幅回路の重要性

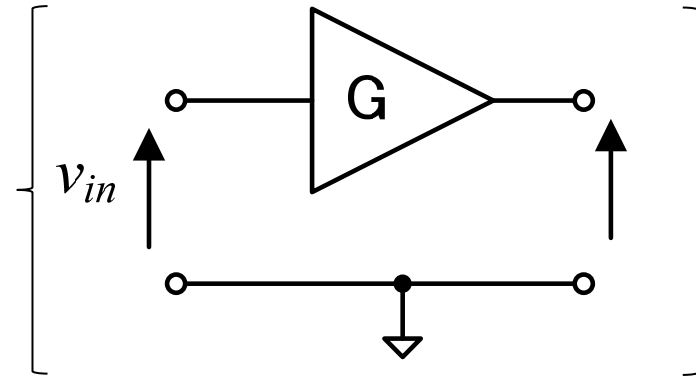
- 受信波の振幅拡大と復調
- センサの微小変化の検出
- クロック信号の発生(電子回路及び演習Bで扱う)
- 電圧の安定化(電子回路及び演習Bで扱う)
- 連続時間信号処理(電子回路及び演習B, Cで扱う)
- アナログ-デジタル変換(電子回路及び演習Dで扱う)

増幅回路は、各種の機能回路を構成する要素回路のなかで最も基本的な回路である。これを正確に理解すると、殆どの回路を容易に理解できる。

増幅回路の伝達関数



増幅回路のシンボル



GNDを省略しない表記

理想的な増幅回路の伝達関数

$$H(s) = \frac{v_{out}}{v_{in}} = G$$

Gは、利得または増幅率 (Gain)と呼ばれる周波数に依らない定数

電圧増幅のメカニズム

MOSFETの電流制御機能

V_{GS} の変化

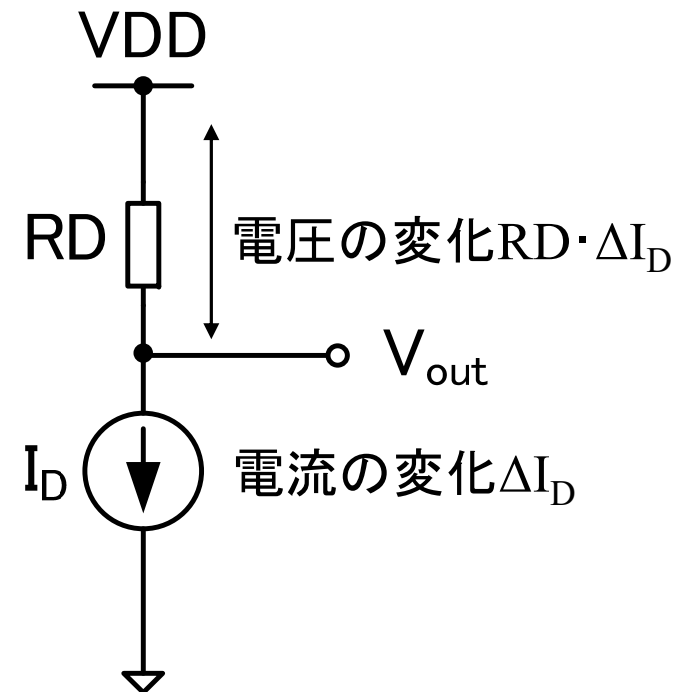
I_D の大きい変化

電流→電圧変換

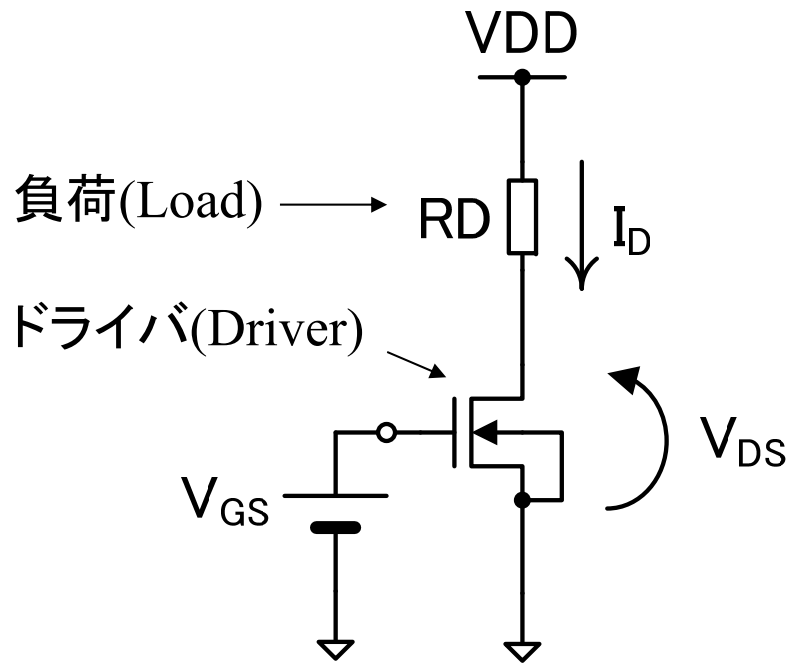
電流-電圧変換素子

- 抵抗
- 直流電流源

$V = R \cdot I$ より、抵抗は電流-電圧変換素子として働く。



直流負荷線(Load line)



$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{DS}$$

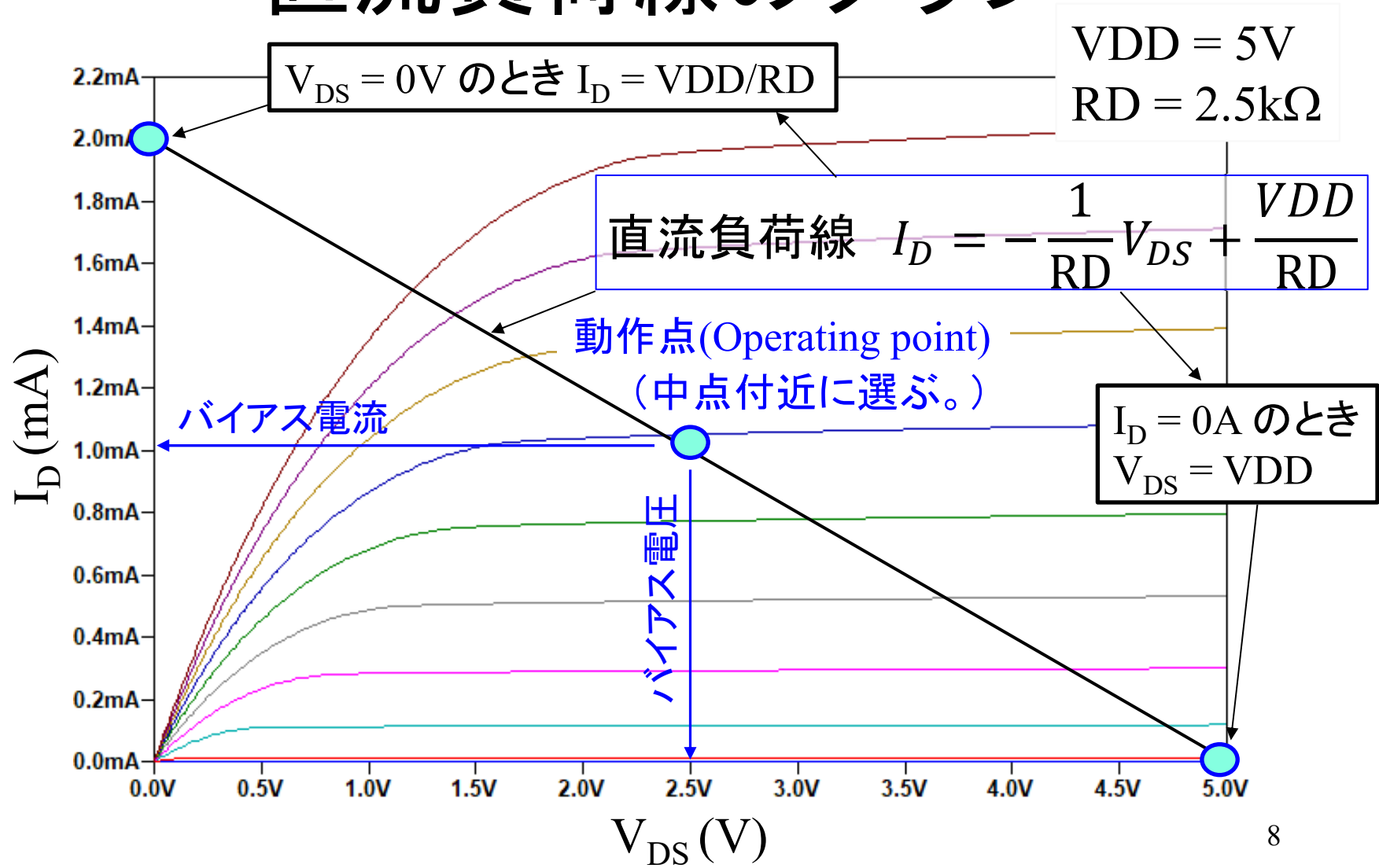
$$I_D = -\frac{1}{R_D} V_{DS} + \frac{V_{DD}}{R_D}$$

R_D は、**負荷抵抗:(Load resistance)**と呼ばれる。

上記、 I_D - V_{DS} の1次式は**直流負荷線**と呼ばれる。

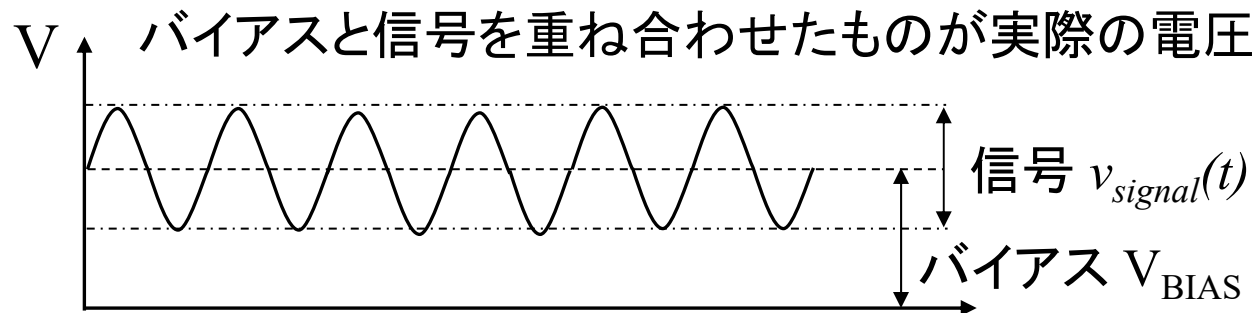
RDを接続することにより、直流負荷線の回路方程式を満足する I_D - V_{DS} の値を取るように制限が加わる。

直流負荷線のグラフ



バイアス(Bias)と信号(Signal)

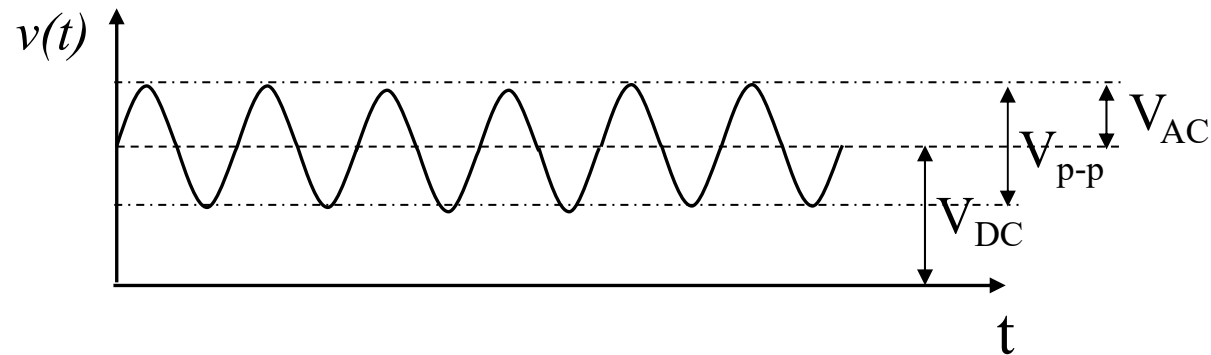
- 動作点は、入力電圧 V_{GS} によって決めることができる
- V_{GS} に直流電圧 V_{BIAS} を印加して、予め動作点を設定する・・・ V_{BIAS} を**直流バイアス電圧**または**バイアス電圧**と呼ぶ
- 情報(音声や画像など)を、電圧の時間変化 $v_{signal}(t)$ として表したもの・・・ $v_{signal}(t)$ を**信号**と呼ぶ(つまり交流)
- 信号は、バイアスを基準とした時間変化によって表すことができる



式で書くと $V = V_{BIAS} + v_{signal}(t)$

バイアスは大文字、信号は小文字で表記することが多い。

バイアス + 信号に関するパラメータ

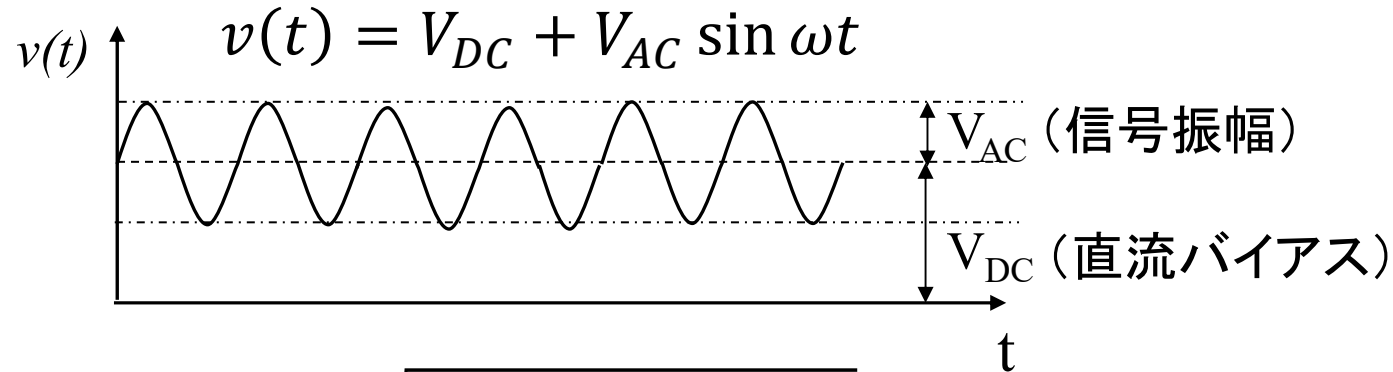


V_{AC} : 信号振幅 (Amplitude of signal)

V_{DC} : 直流バイアス (DC bias or DC offset)

V_{p-p} : ピーク・ツー・ピーク (Peak-to-peak)

バイアス + 信号の実効値(RMS)



$$V_{RMS_AC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_{AC} \sin \omega t)^2 dt} = \frac{V_{AC}}{\sqrt{2}} \quad \text{AC成分のRMS値}$$

$$V_{RMS_DC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V_{DC}^2 dt} = V_{DC} \quad \text{DC成分のRMS値}$$

$$V_{RMS_DC+AC} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (V_{DC} + V_{AC} \sin \omega t)^2 dt} = \frac{\sqrt{2V_{DC}^2 + V_{AC}^2}}{\sqrt{2}}$$

AC+DC成分のRMS値 (シミュレータで計算されるRMS値) 11

バイアス＋信号の平均値

$v(t) = V_{DC} + V_{AC} \sin \omega t$ に対して平均値を求めると、

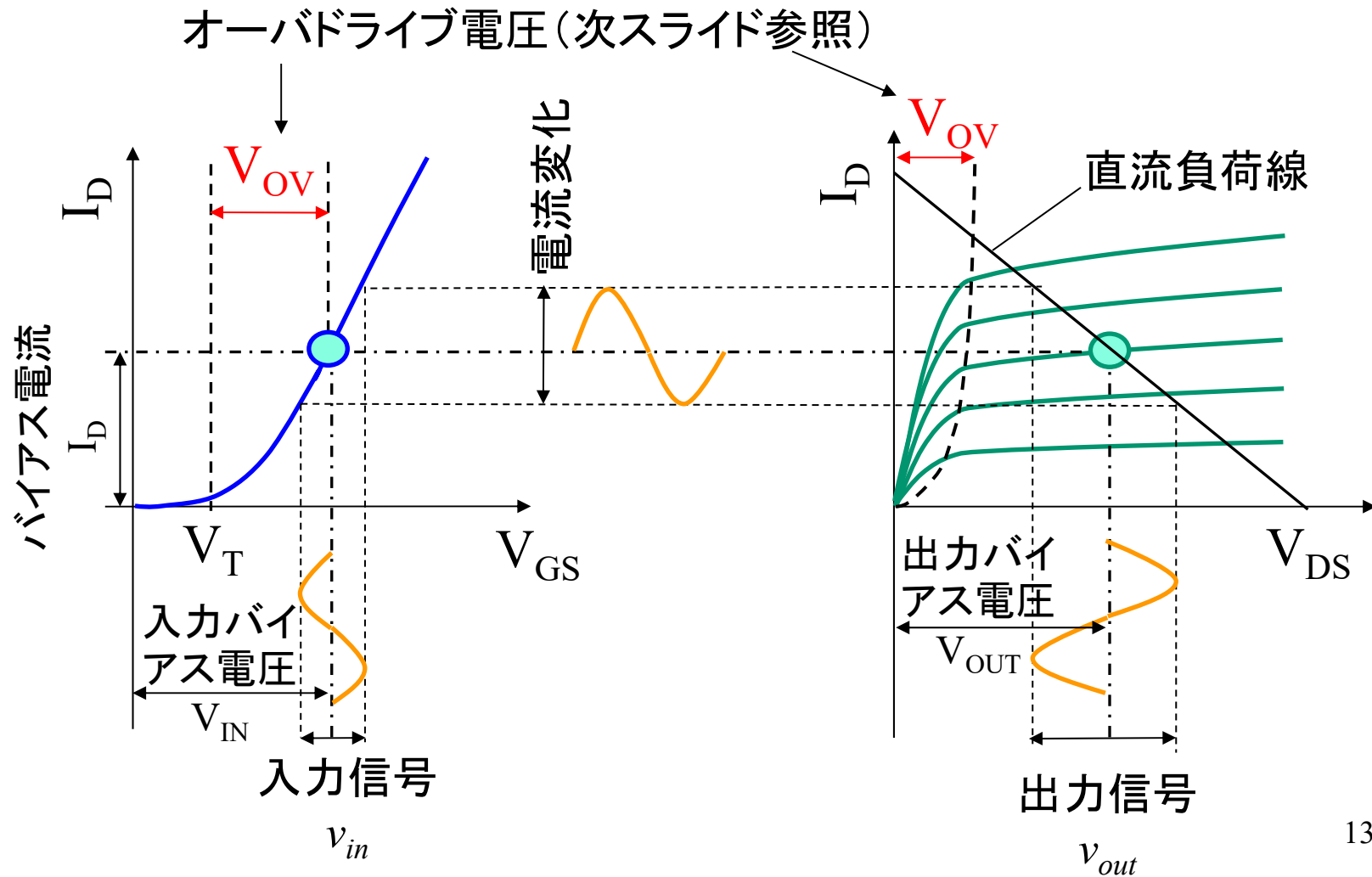
$$V_{AVG_AC} = \frac{1}{T} \int_0^T |V_{AC} \sin \omega t| dt = \frac{2}{\pi} V_{AC}$$

$$V_{AVG_DC} = \frac{1}{T} \int_0^T |V_{DC}| dt = |V_{DC}|$$

$$\begin{aligned} V_{AVG_DC+AC} &= \frac{1}{T} \int_0^T |v(t)| dt = \frac{1}{T} \int_0^T |V_{DC} + V_{AC} \sin \omega t| dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \{V_{DC} + V_{AC} \sin \omega t\} dt = V_{DC} \quad (V_{DC} > V_{AC} \text{ の場合}) \end{aligned}$$

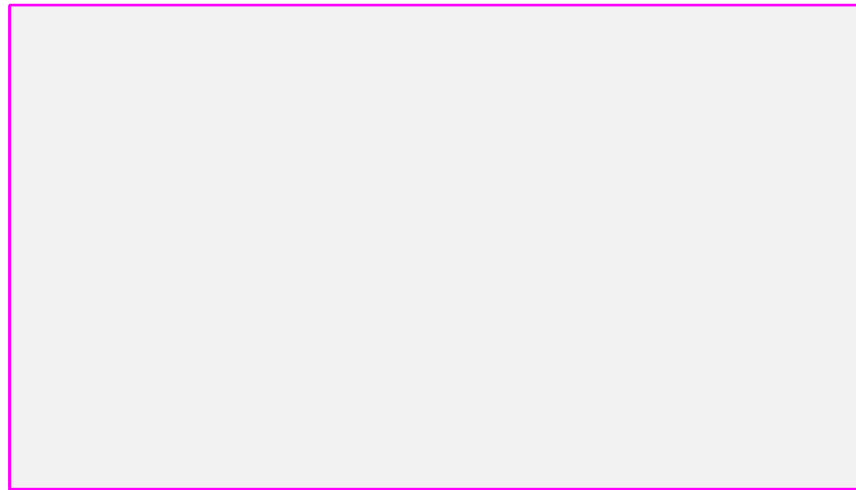
交流成分のみの場合と平均値が異なるので注意。

MOSFETと負荷抵抗による電圧増幅



(重要) オーバードライブ電圧

- V_{OV} は、**オーバードライブ電圧(Overdrive voltage)**と呼ばれる
 - $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ は、 I_D - V_{DS} 特性線形領域と飽和領域の境界を表す変数
 - 同時に、 V_{OV} は、バイアス電流 I_D の大きさを表す変数
- V_{OV} は、ドレイン電流 I_D と下記の関係がある



← 記憶すること

5.1節のまとめ

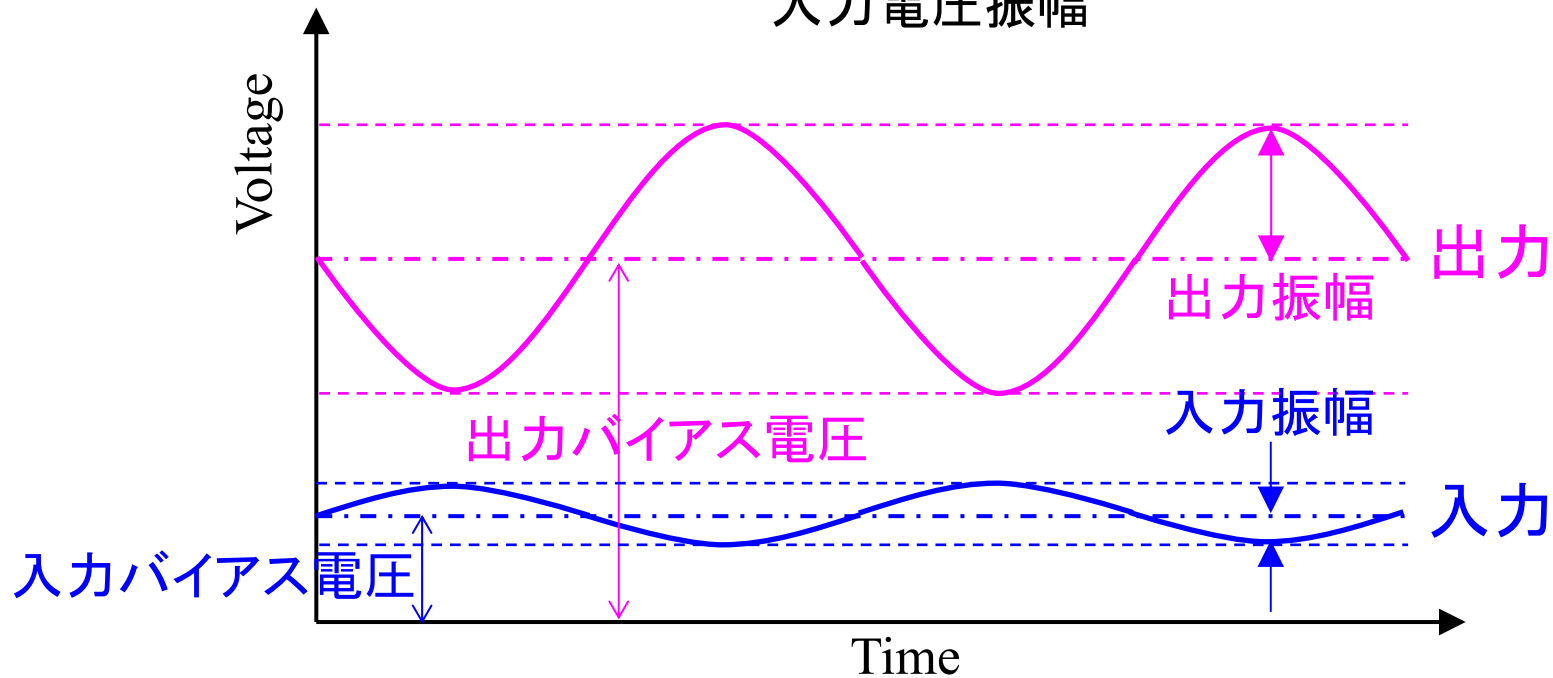
- 電圧増幅は、MOSFETの電流制御機能＋負荷の電流-電圧変換機能により実現される
 - 電流-電圧変換機能を持つ負荷として、抵抗と電流源がある
- MOSFETに負荷を接続すると直流負荷線が決定される
- 入力バイアス電圧を与えると、出力端子の動作点(出力端子のバイアス電圧)が、負荷線上の1点に決定される
- 入力バイアス電圧 V_{GS} は、 $V_{GS} = V_T + V_{OV}$ (オーバドライブ電圧)で表すことができる
 - V_{OV} の2乗に比例して I_D が増加する(逆に、 I_D のルートに比例して V_{OV} が増加する)
 - V_{OV} は I_D - V_{DS} 特性における、線形領域と飽和領域の境界電圧を表す

直流と交流の分離

5.2 小信号パラメータ

電圧利得の定義

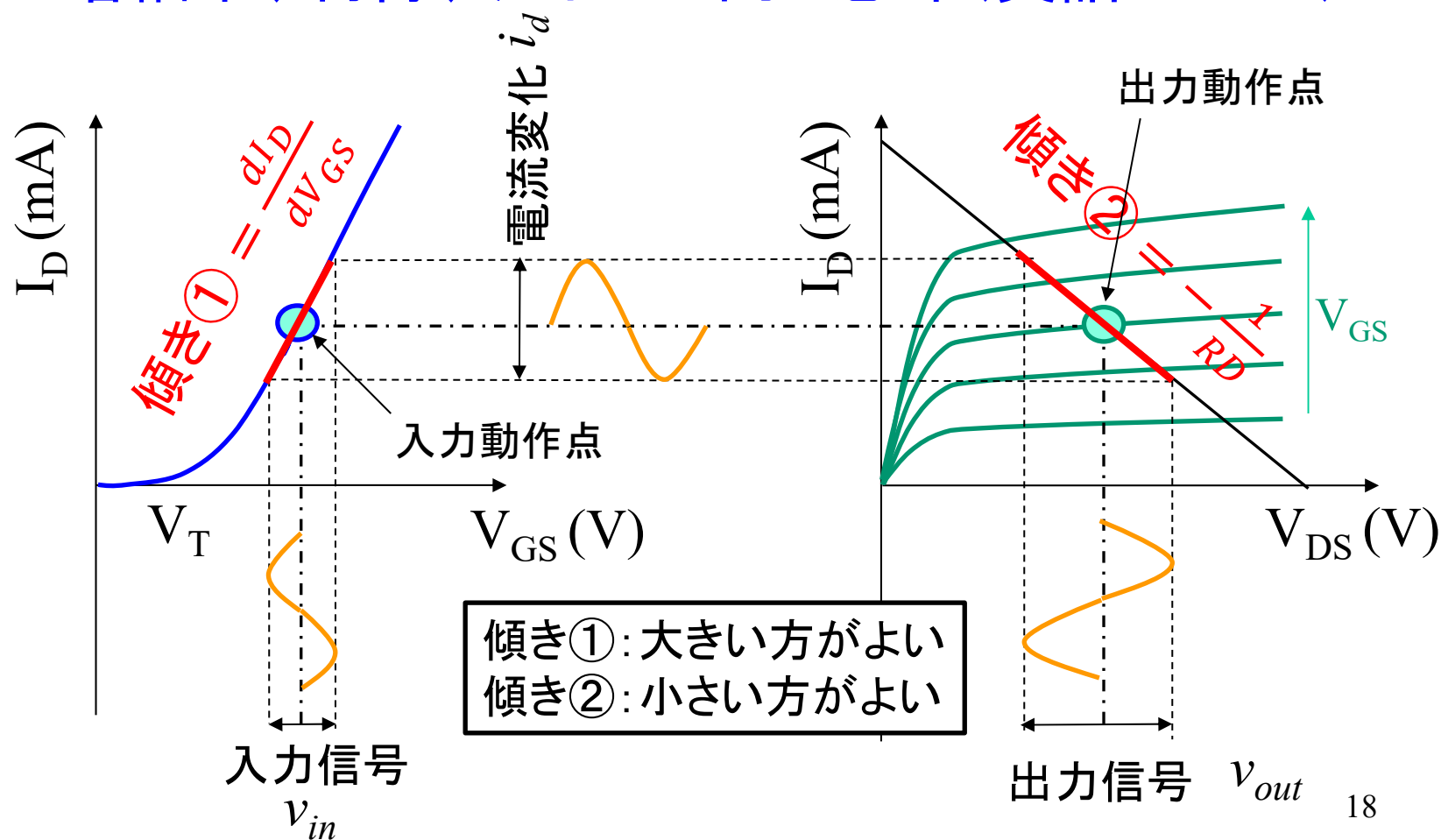
$$\text{電圧利得} = \pm \frac{\text{出力電圧振幅}}{\text{入力電圧振幅}} \quad (\text{逆位相の場合は負})$$



(注意) バイアス電圧を除外して、利得を求めること。

電圧利得に関する2つのパラメータ

増幅率、利得、ゲインは同じ意味(英語はGain)



電圧利得の計算

$$\text{Gain} = \frac{dV_{DS}}{dV_{GS}} = \frac{dI_D}{dV_{GS}} \frac{dV_{DS}}{dI_D} = \frac{dI_D}{dV_{GS}} \frac{1}{\frac{dI_D}{dV_{DS}}} = g_m \frac{1}{-\frac{1}{RD}} = -g_m \cdot RD$$

(注意) 負の値になるのは、増幅により信号の位相が180度反転することを意味する。入出力の位相が180度変わる増幅回路は、**反転増幅回路 (Inverting amplifier)**と呼ばれる。

g_m とRDを大きくすると電圧利得が大きくなる。

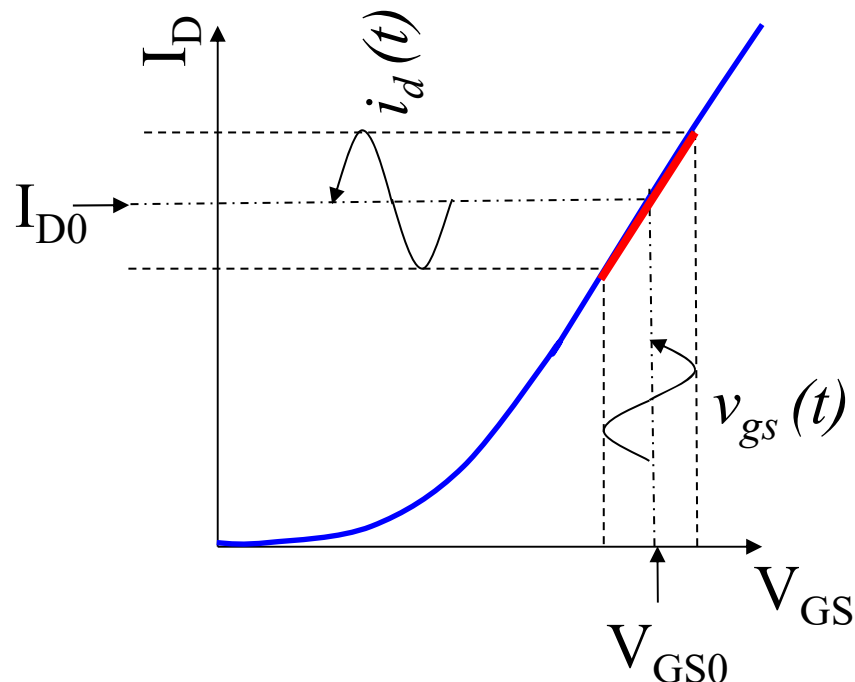
回路の性能を決定するMOSFETのパラメータとして、主要パラメータの他に、MOSFET特性の傾きが重要。

トランスコンダクタンス

必ず大文字

$$V_{GS}-I_D \text{ 変換係数 (A/V = 1/\Omega = S): } g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}}$$

= トランスコンダクタンス (Transconductance)



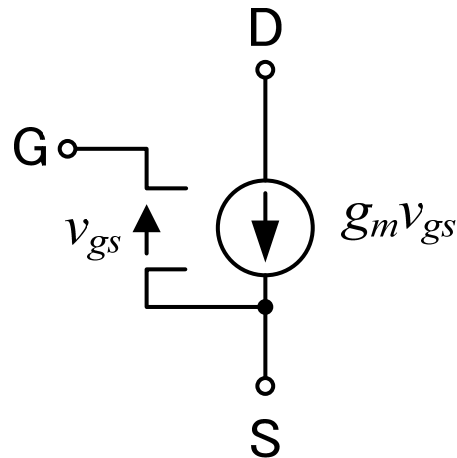
信号の振幅が十分に小さい範囲では、 $v_{gs}(t)$ の振幅と $i_d(t)$ の振幅は比例しているとみなせる。ただし、値は、バイアス電圧 V_{GS0} の値に依存する。



I_D - V_{GS} 特性の小信号近似

トランスコンダクタンスの等価回路

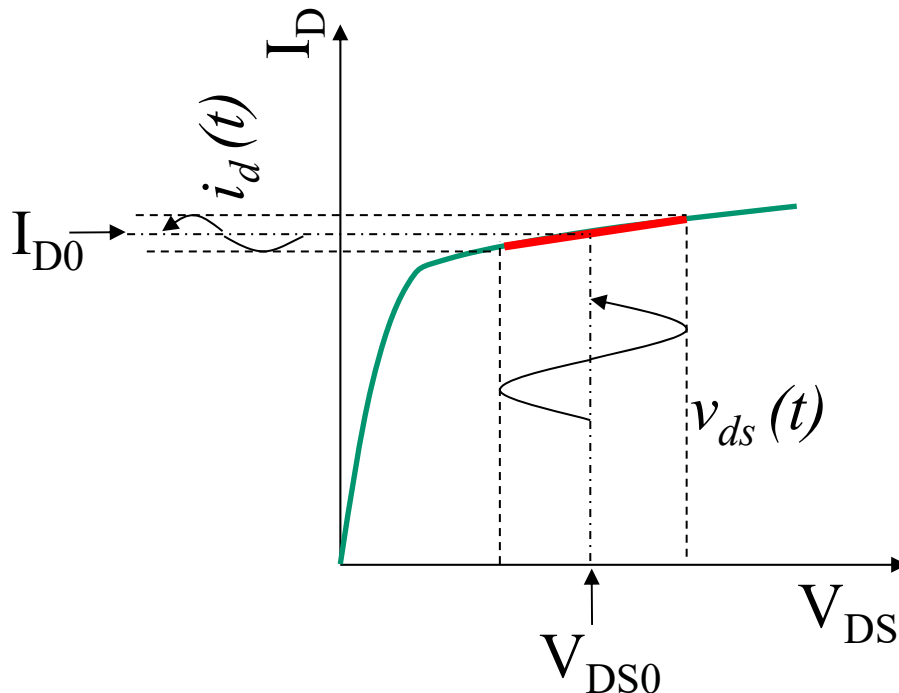
ゲート-ソース間の電圧（交流電圧振幅）に比例した電流を流す電流源（**電圧制御電流源**）と考えることができる。比例係数がトランスコンダクタンス。



（注意）トランスコンダクタンスは、小信号交流に対してのみ定義される。**直流バイアスを求めるときには、この等価回路は使用できない。**

ドレインコンダクタンス

D-S間抵抗の逆数($A/V = 1/\Omega = S$): $g_{ds} = \frac{1}{r_{ds}} = \frac{dI_D}{dV_{DS}}$
=ドレインコンダクタンス(Drain conductance)



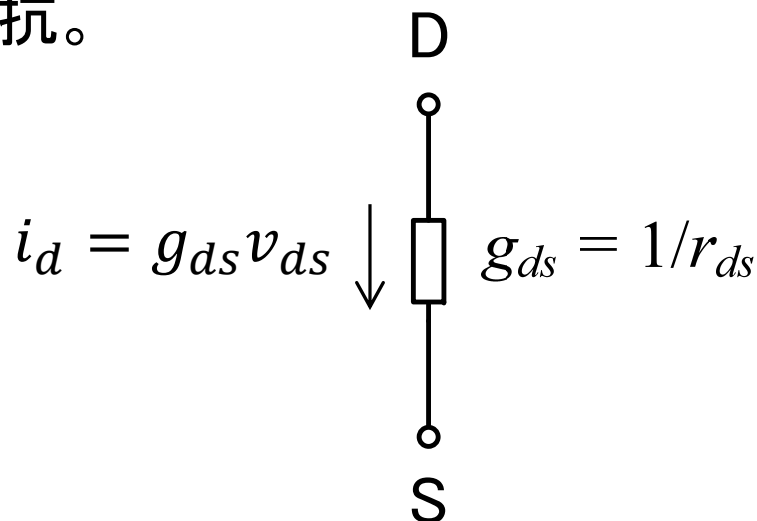
飽和領域の範囲では、 $v_{ds}(t)$ の振幅と $i_d(t)$ の振幅は比例しているとみなせる。ただし、値は、バイアス電圧 V_{DS0} の値に依存する。



I_D - V_{DS} 特性の小信号近似

ドレインコンダクタンスの等価回路

ドレイン-ソース間の電圧(交流電圧振幅)に比例した電流を流すコンダクタンス(または抵抗)と考えることができる。比例係数がドレインコンダクタンス。比例係数の逆数がドレイン抵抗。



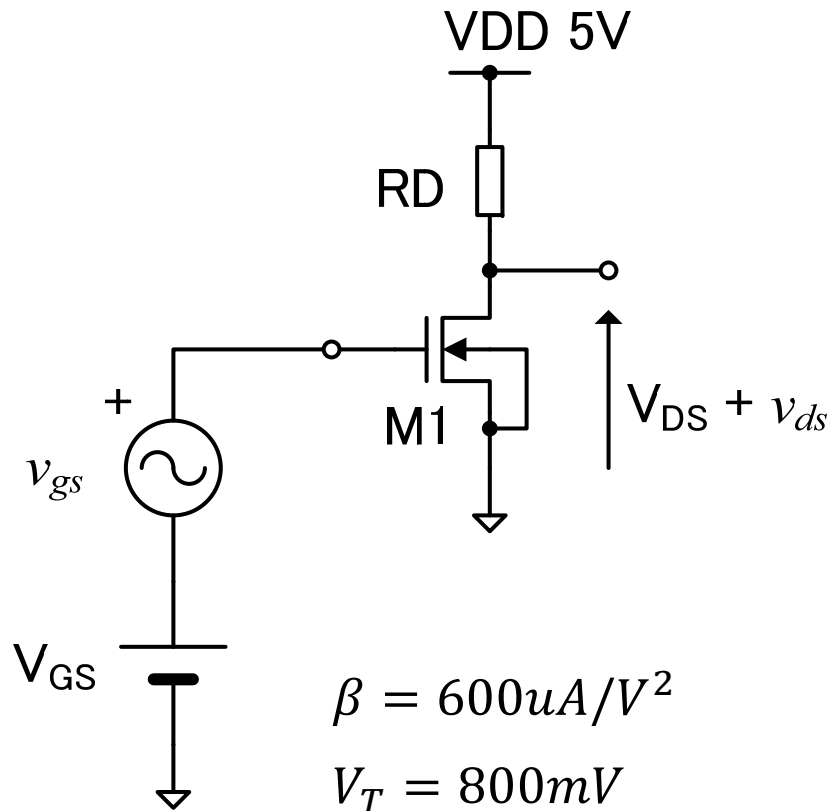
(注意) 直流バイアスを求めるときに、この等価回路は使用できない。

g_m, g_{ds} のドレイン電流依存性

g_m (V_{GS} の関数), g_{ds} (V_{DS} の関数) のように、異なるバイアス電圧で表すと、回路設計の際に複雑になるので、両方ともバイアス電流 I_D で表すように統一しておこう。

$$I_D = \frac{\beta_n}{2} (V_{GS} - V_{Tn})^2 \qquad I_D = \frac{\beta_n}{2} (V_{GS} - V_{Tn})^2 \{1 + \lambda_n (V_{DS} - V_{OV})\}$$
$$g_m = \frac{dI_D}{dV_{GS}} = \beta (V_{GS} - V_T) \qquad g_{ds} = \frac{dI_D}{dV_{DS}} = \frac{\beta}{2} (V_{GS} - V_T)^2 \lambda \cong I_D \lambda$$
$$= \beta \sqrt{\frac{2I_D}{\beta}} = \sqrt{2\beta I_D}$$
$$g_m = \sqrt{2\beta I_D} \quad (2) \leftarrow \text{記憶すること} \rightarrow g_{ds} = \frac{1}{r_{ds}} \cong I_D \lambda \quad (3)$$

(クイズ)増幅回路の設計例1



設計条件

- MOSFET M1の動作点は飽和領域に置く。*
- 正負に信号振幅できるように、 $V_{DS} = V_{DD}/2$ とする。
- $V_{OV} = 200 \text{mV}$ とする

求める値

- I_D , V_{GS} , R_D を求めよ。
- 電圧利得を求めよ。ただし、 g_{ds} は無視してよい。

※ 原則として、動作点は電圧利得が大きい飽和領域に置く。
超低消費電力を目標にする場合は、サブスレッショルド領域も使う。 25

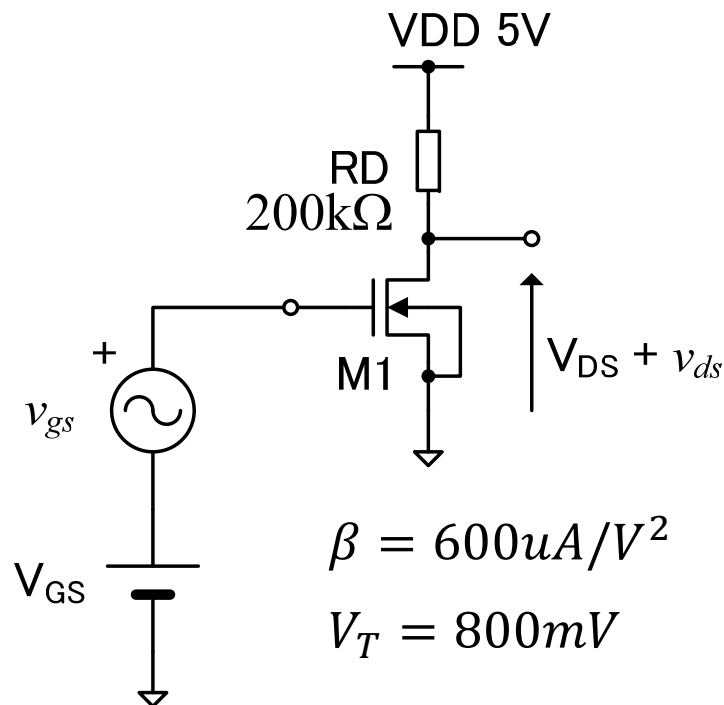
解答例1

解答例1の解説

- オーバドライブ電圧 $V_{OV} = 200\text{mV}$ (飽和領域に動作点を設定) の条件より、 V_{GS} と I_D が決まる
 - $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ であることは記憶しておく必要あり
- 出力動作点を $V_{DD}/2$ とするための R_D を求める
 - I_D がすでに求められているので、直流負荷線から、 $V_{DS} = V_{DD}/2$ となる R_D が求められる
- 動作点のバイアス電流 I_D から g_m を求め、 R_D の積から電圧利得を求める
 - $g_m - I_D$ の式は記憶しておくといよい(その場で計算でも可)

(クイズ)増幅回路の設計例2

スライド21の設計例では、与えられた V_{OV} から、 R_D を求めたが、 R_D が与えられて、 $V_{GS} = V_T + V_{OV}$ を求めたいことも多いので練習しておこう。



設計条件

- 正負に信号振幅できるように、 $V_{DS} = V_{DD}/2$ とする。

求める値

- I_D , V_{GS} を求めよ。
- 電圧利得を求めよ。ただし、 g_{ds} は無視してよい。

解答例2

解答例2の解説

1. 出力動作点が $V_{DD}/2$ になるようバイアス電流 I_D を決定
 - ✓ 出力特性は直流負荷線に縛られているので、直流負荷線を用いる
2. 所望の I_D となるように、 V_{OV} を決定
 - ✓ $V_{OV}-I_D$ の式は記憶しておくといよい(その場で計算も可)
3. V_{OV} から入力バイアス電圧 V_{GS} を求める
 - ✓ オーバドライブ電圧の定義 $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ を用いる
4. I_D から g_m を求め、利得を計算する
 - ✓ g_m-I_D の式は記憶しておくといよい(その場で計算も可)

5.2節のまとめ

- 電圧増幅の原理
 - MOSFETの電圧制御機能＋負荷抵抗の電流－電圧変換機能を組み合わせることにより、電圧増幅ができる
 - 電圧利得は、トランスコンダクタンスと負荷抵抗の値により決定される
 - 半導体の非線形特性は、小信号近似により、信号振幅に対して線形デバイスとして扱うことができる(直流に対しては適用できない)
 - 増幅回路では、バイアスと信号を分けて考える
 - バイアスは、 I_D - V_{GS} , I_D - V_{DS} 特性を用いて計算する
 - 小信号は、 g_m , g_{ds} , R_D などを用いて計算する
- 小信号パラメータ
 - MOSFETの小信号に対するパラメータとして、トランスコンダクタンス g_m とドレインコンダクタンス g_{ds} が重要である
 - g_m と g_{ds} の値は、バイアス電流 I_D に依存する
 - 飽和領域内で、バイアス電流 I_D は、オーバドライブ電圧 $V_{OV} = V_{GS} - V_T$ の値によって決定される(逆に、 I_D を与えると V_{OV} が決まると考えてもよい) 31

二端子対回路への近似

5.3 MOSFETの小信号等価回路

小信号等価回路

別々に解析

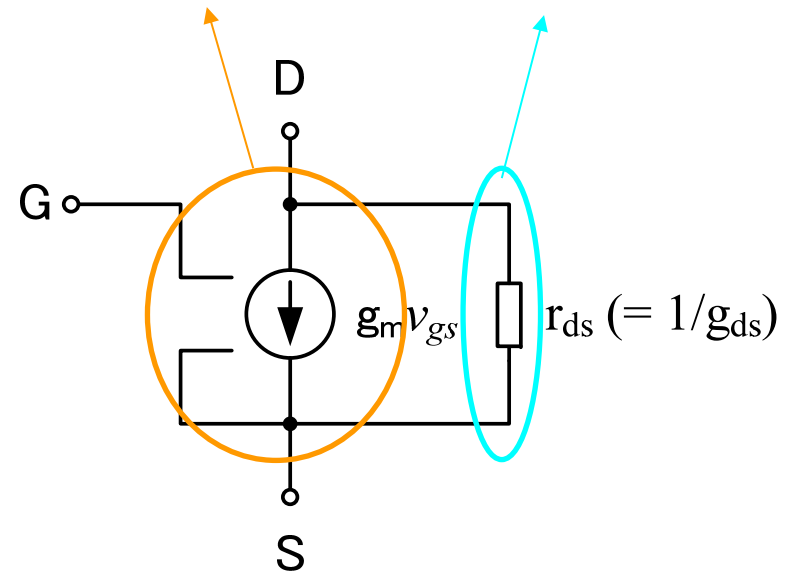
- 直流特性の解析 → I_D - V_{GS} 特性、 I_D - V_{DS} 特性
- 小信号(交流)特性の解析 → 電圧制御電流源 + 抵抗



小信号近似が成り立つ範囲で、MOSFETを線形素子で表した小信号等価回路(Small-signal equivalent circuit)が成り立つ。

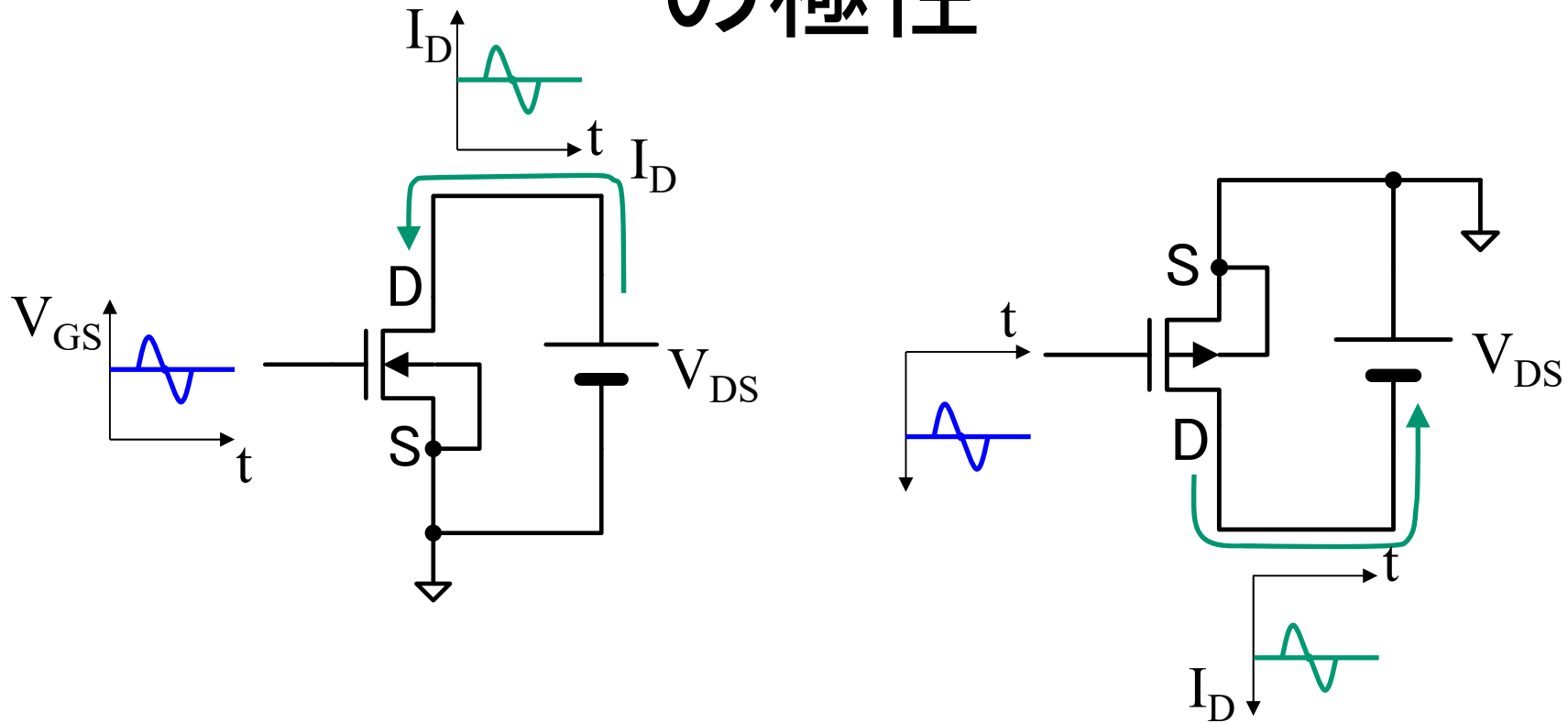


交流に対して、MOSFETを小信号等価回路に置き換えて、RLC回路と同じように回路解析が可能。



小信号等価回路は、n-chとp-chで同じ(電流の向きも同じ)

(重要) p-chとn-ch小信号等価回路の極性

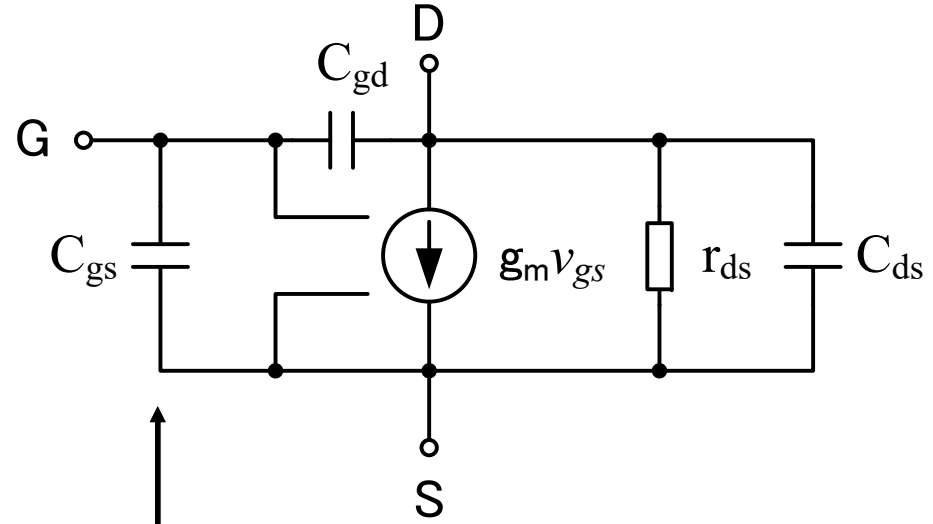


直流回路の電圧、電流の正負は、p-chとn-chで逆。
小信号等価回路の電圧、電流の正負は、p-chとn-chで同じ。

周波数特性を考慮した小信号等価回路

MOSFETの周波数特性は、電極間の寄生容量※によって発生する。周波数が低いときは、 $1/(j\omega C) \doteq \infty$ （開放）となり、スライド29の（周波数を考慮しない）小信号等価回路と一致する。

詳細な解析に用いる等価回路



ゲート-ソースの間に直流は流れないが、交流は流れることに注意。

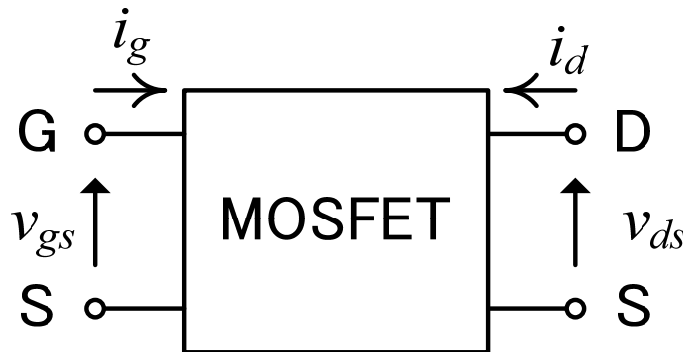
※ 寄生容量(Parasitic capacitance): pn接合やMOS構造などに付随して発生するキャパシタンス。直流バイアスによって値が変化する。

(参考) MOSFETの動作速度

- 電界と磁界の伝搬速度は物質中でも光速と同じ(誘電率と透磁率で決まる)
- ただし、電圧信号の伝達には、電荷の移動(充電と放電)が伴うため、信号伝達速度がRC時定数により制限されている
- MOSFET内部では、寄生容量への充電と放電が動作速度を制限している(詳しくは、集積回路工学で学ぶ)
- 寄生容量は、微細化すると小さくなるため、最先端に近い製造技術で作られたMOSFETほど高速動作する(詳しくは後述)

2端子対回路網パラメータ

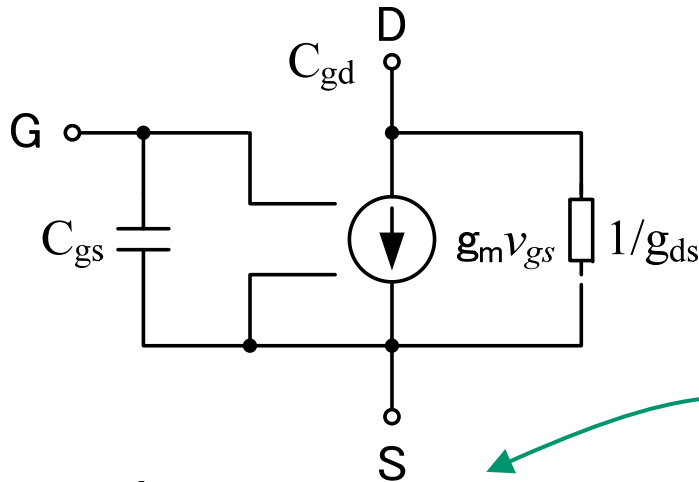
- MOSFETの小信号等価回路は、2端子対回路網パラメータ (Two-terminal pair network parameters) と対応関係がある
- 市販のトランジスタについて、YパラメータまたはHパラメータの詳細なデータが公表されている



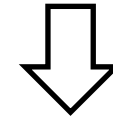
(参考) 100MHzを超える高周波では、特定のノードで i, v のどちらかを0にすることが難しいため、YパラメータやHパラメータの測定が困難になる。高周波では、Sパラメータが用いられる。Sパラメータは、ネットワークアナライザという計測器を用いて高精度に測定することができる。Sパラメータについては、伝送回路、無線通信システムなどで学ぼう。

YパラメータとHパラメータ

簡易等価回路



単純化した周波数特性あり小
信号等価回路から求めたYパ
ラメータとHパラメータ



どちらの表記も使用される

$$\begin{bmatrix} i_g \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{gs} \\ v_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega C_{gs} & 0 \\ g_m & g_{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{gs} \\ v_{ds} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_{gs} \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_g \\ v_{ds} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j\omega C_{gs}}{g_m} & g_{ds} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_g \\ v_{ds} \end{bmatrix}$$

遷移周波数

- トランジスタは高周波になるほど増幅能力が下がる
- $|h_{21}|$ (電流利得) = 1 となる周波数を遷移周波数(Transition frequency)または f_T と呼び、これ以上の周波数では増幅ができなくなる
 - 回路を高周波で動作させたい場合は、 f_T の高いデバイスを選ぶ必要がある
 - 微細化されたトランジスタ(新しい技術で製造されたもの)ほど f_T が高い

$$|h_{21}| = \frac{g_m}{2\pi f_T C_{gs}} = 1 \quad \text{より} \quad f_T = \frac{g_m}{2\pi C_{gs}}$$

1 μ mの製造技術(低電界)

$$f_T = \frac{\sqrt{2KpI_D}}{2\pi C_{gs}} \sqrt{\frac{W}{L}}$$

50nmの製造技術(高電界)

$$f_T = \frac{v_{sat}}{2\pi L}$$

I_D を増やすか L を小さくすれば f_T が上がる L を小さくすれば f_T が上がる

v_{sat} : 飽和ドリフト速度(Saturated drift velocity)

=これ以上電界をかけても早く移動できない電子の限界速度

5.3節のまとめ

- MOSFETの小信号等価回路を用いて交流回路の解析ができる
 - 低周波では、電圧制御電流源＋抵抗で表せる(周波数特性を考慮していない)
 - 高周波では、寄生容量を考慮した小信号等価回路が使用される
 - 小信号等価回路と二端子対パラメータを関連付けることができる
- MOSFETの高周波性能
 - トランジスタ(MOSFETを含む)の高周波での性能指標として、遷移周波数 f_T が用いられる
 - 遷移周波数は、 $|h_{21}| = 1$ となる周波数として定義される
 - 微細化されたMOSFETほど、 f_T が高くなる(MOSFETは微細化に伴い高速化し続けている)