

第11章 発振回路

信号を生成する回路

発振回路の役割と動作原理

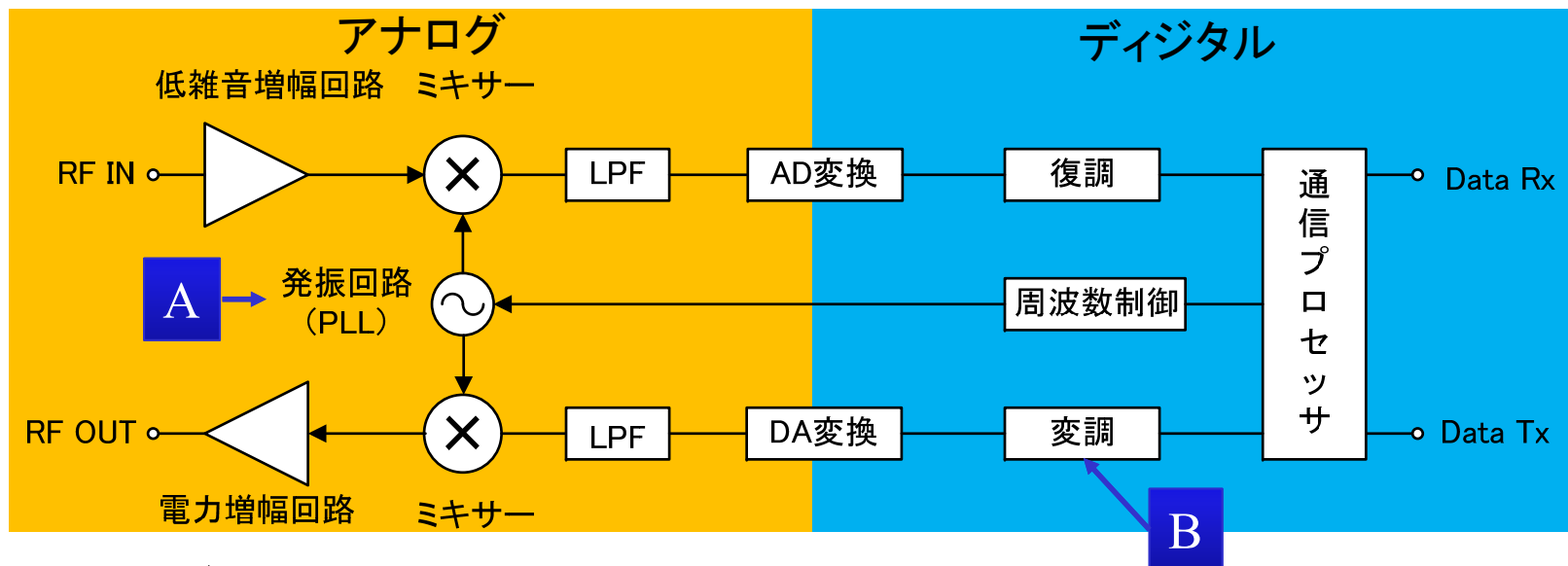
11.1 発振回路の基礎

電子回路の機能分類

| | | |
|--|----------------------|------------------------|
| 交流→交流 | 直流(電源)→交流 | 交流→直流 直流→直流(電圧変換) |
| | | |
| 信号処理回路 (Signal processing circuit) | 発振回路 (Oscillator) | 電源回路 (Power supply) |

発振回路の使用例

無線通信器の構成



アナログ回路が必要とされる箇所

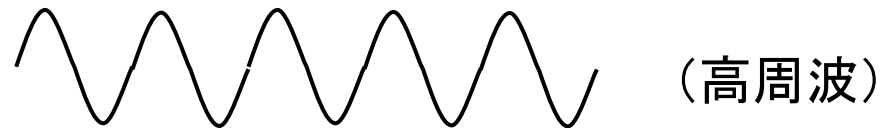
- 原理的にデジタル回路では実現できない機能
 - 低雑音増幅回路(インピーダンス整合回路)、発振回路、LPF(連続時間フィルタ)、アナログ-デジタル変換など
- デジタルでは処理速度が不足する機能(アナログ回路は高速)
 - ミキサ(高周波乗算回路)、高周波フィルタ(不要帯域のカット)など

発振回路の使用例

- クロック(Clock)の生成
 - デジタル回路や離散時間型アナログ回路(ステップ関数列波形を扱う回路)の、データ更新のタイミングを決める(同期させる)信号



- 無線通信用キャリア(Carrier)の生成
 - 無線通信には電波としてアンテナから送信するための搬送波(キャリア)が必要。キャリアの周波数や位相を変化させることにより情報が送られる



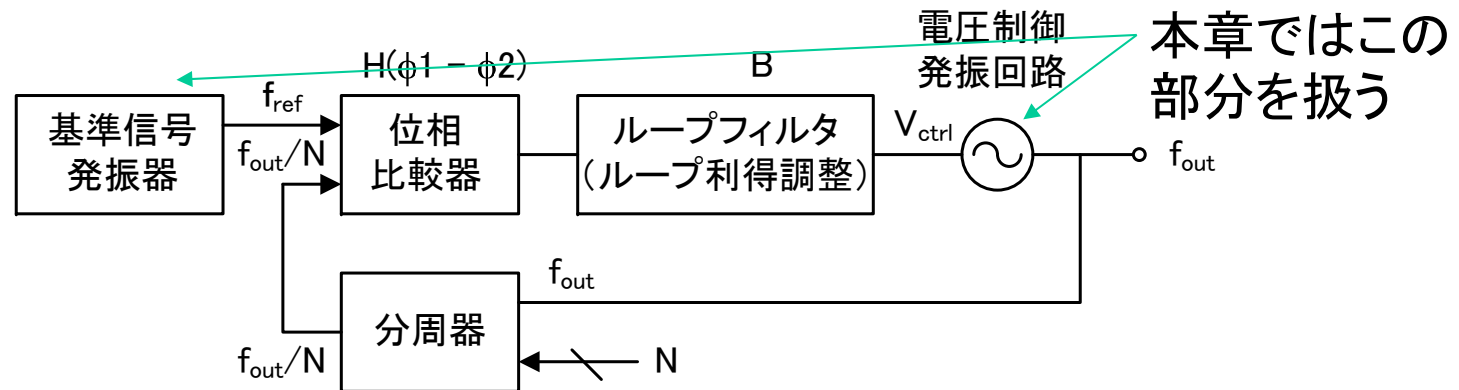
- 基準信号(Reference signal)の発生
 - クロックやキャリアの周波数を正確に制御するための信号



周波数のデジタル制御

発振回路は温度や電源電圧の影響を受けやすいので、周波数または周期の情報をフィードバックして、正確な周波数の信号を作る。

PLL(Phase locked loop)による周波数制御の例(スライド4-A)

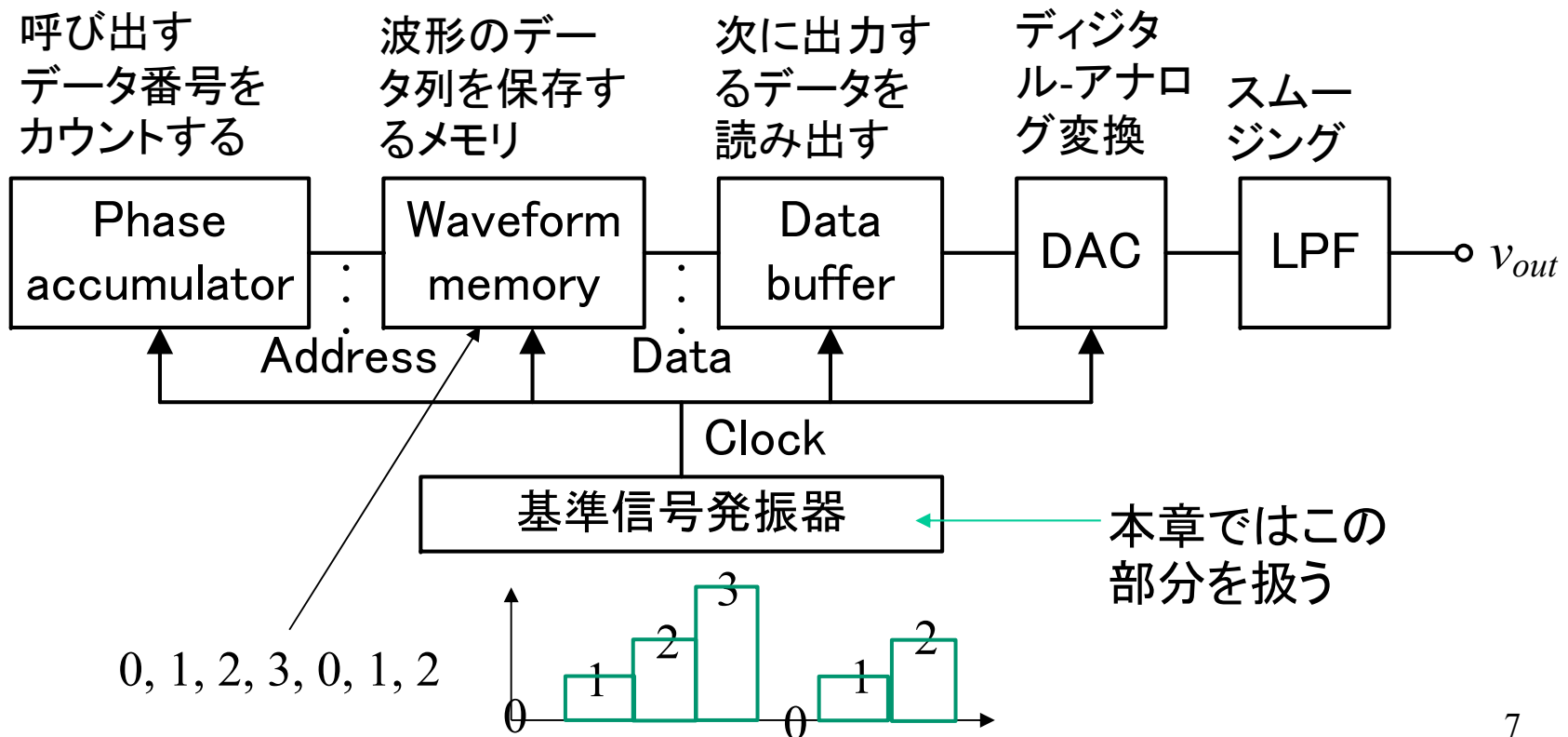


| | |
|----------|----------------------|
| 基準信号発振器 | 周波数精度の高い発振回路。 |
| 位相比較器 | 波形の位相ずれに比例した直流電圧を出力。 |
| 電圧制御発振回路 | 直流電圧で周波数を制御する発振回路。 |
| 分周器 | 周波数を1/N倍する(Nはデジタル値)。 |

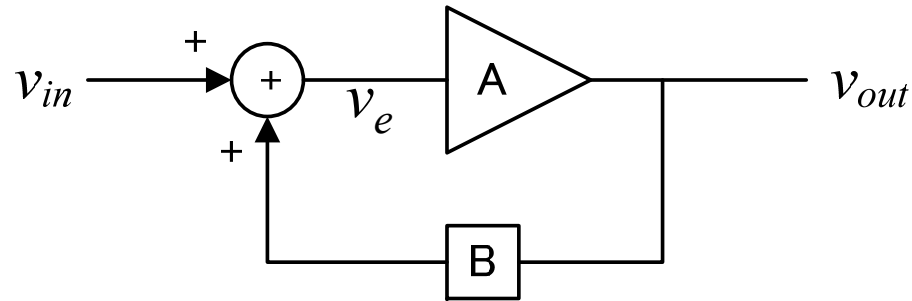
波形のデジタル制御

波形データによっていろいろな波形を作ることができる。周波数が低い場合は、ソフトウェアでも実施可能。

DDS(Direct Digital Synthesizer)による波形制御の例(スライド4-B)



正帰還回路の動作



$$\begin{cases} v_{out} = Av_e \\ v_e = v_{in} + Bv_{out} \end{cases} \Rightarrow v_{out} = \frac{A}{1 - AB} v_{in}$$

$AB = 1$ のとき、 $v_{in} = 0V$ でも $v_{out} \neq 0V$

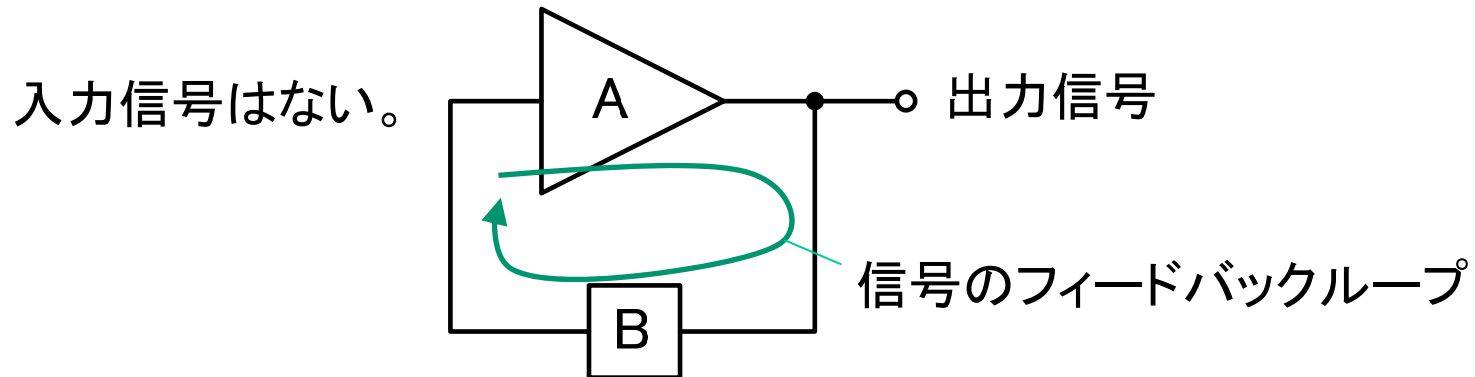
AB が複素数のとき、 $\text{Im}[AB] = 0$ $\text{Re}[AB] = 1$

位相条件 (または周波数条件): $\text{Im}[AB] = 0$

振幅条件 (または電力条件): $\text{Re}[AB] \geq 1$

この条件下では、入力信号がなくても出力信号が現れる。

正帰還回路の発振条件



正帰還回路が発振条件を満足すると、入力が無くとも出力に信号が現れる。

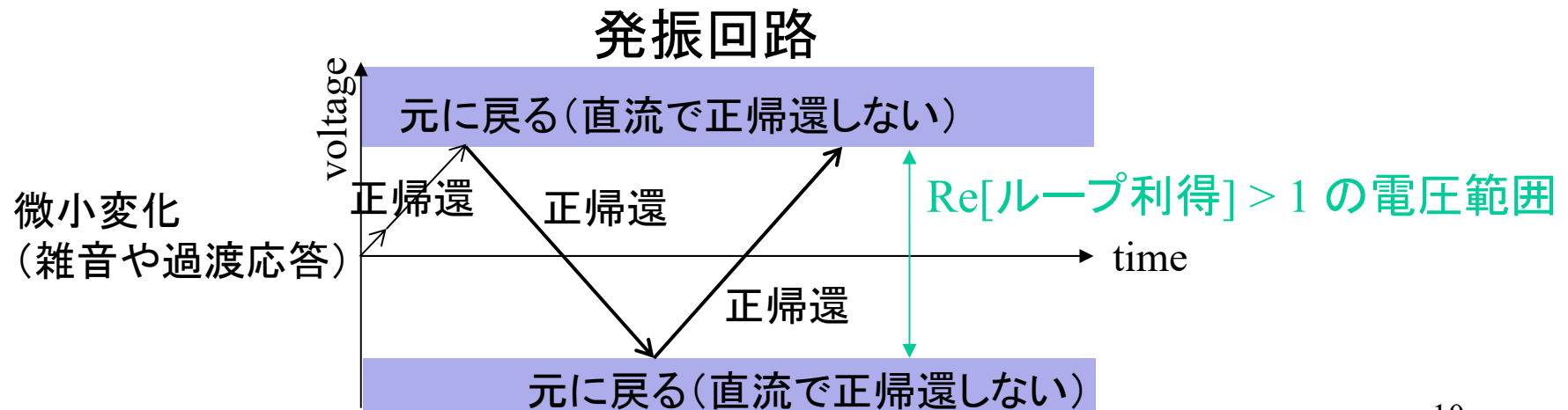
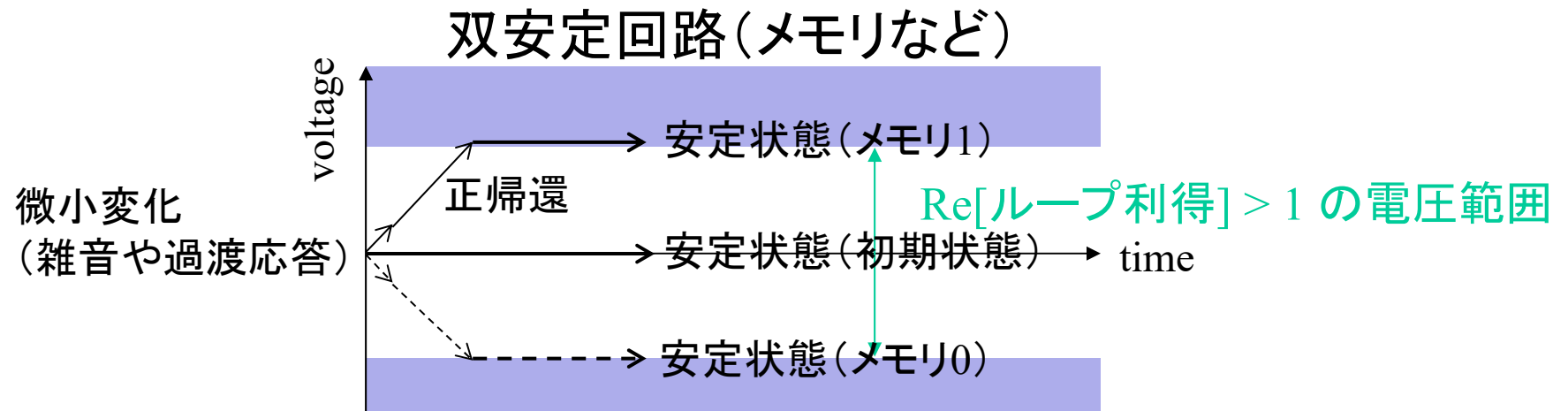
- 交流で発振条件を満足→発振(微小振動が繰り返し増幅され振幅増大)
- 直流で発振条件を満足→双安定(一定の電圧が出る)

発振条件

1. 位相条件 $\text{Im}[AB] = 0$ (同位相の信号をフィードバック)
2. 振幅条件 $\text{Re}[AB] \geq 1$ (振幅が増大しながらフィードバック)

(参考) 厳密には振幅条件は等式で表されるが、実際には無限に振幅が増大することはないので、上記の発振条件で一定振幅の発振が可能。

2種類の正帰還回路



発振周波数の選択方法

特定の周波数付近で発振させるためには、特定の周波数だけを選択して正帰還させる必要がある。

| 回路方式 | 回路例 | 周波数選択方法 |
|----------|--|--------------------------|
| 移相型発振回路 | HPF(High-pass filter)型 | RCフィルタによる位相変化 |
| | LPF(Low-pass filter)型 | |
| 周波数ブリッジ | ウィーンブリッジ発振回路(Max Wien) | Band-pass filterによる周波数選択 |
| | ツインT型 | |
| LC共振回路 | コルピッツ発振回路 (Edwin Henry Colpitts) | LC共振 |
| | ハートレー発振回路 (Ralph Vinton Lyon Hartley) | |
| リングオシレータ | インバータリングオシレータ | 論理ゲートの遅延時間 |
| 弛張発振 | タイマーIC | RC充放電の時定数 |

11.1節のまとめ

- 発振回路
 - クロックを発生
 - キャリアを発生
 - 基準信号(正確な周波数)を発生
- PLL
 - 周波数を制御する回路(基準信号の整数倍に周波数を変更)
- DDS
 - 波形を作る回路(基準信号のタイミングに合わせて出力値を更新していくことにより任意の波形を作る)
- 正帰還回路の発振条件
 - 位相条件(周波数条件ともいう)
 - 振幅条件(電力条件ともいう)

正帰還と負帰還の両方の機能を持つ増幅回路

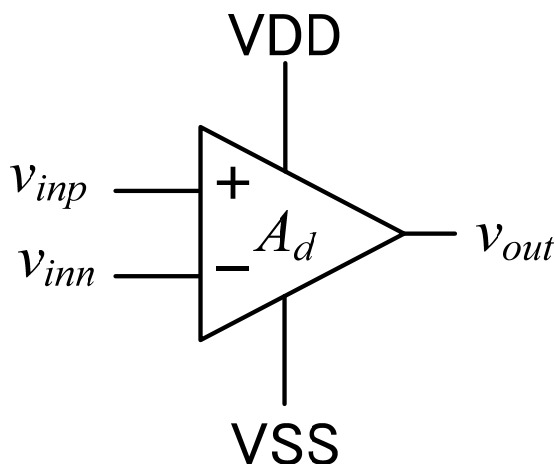
11.2 演算増幅器

演算増幅器

演算増幅器(Operational Amplifier, OPA)

- 高精度信号処理回路を構成する最も重要な要素回路
- 発振回路では必須の回路ではないが、反転増幅と非反転増幅のどちらも実現できて便利なので、概要のみ紹介する
- 詳細は、電子回路及び演習C、Dで扱う

Symbol(記号)



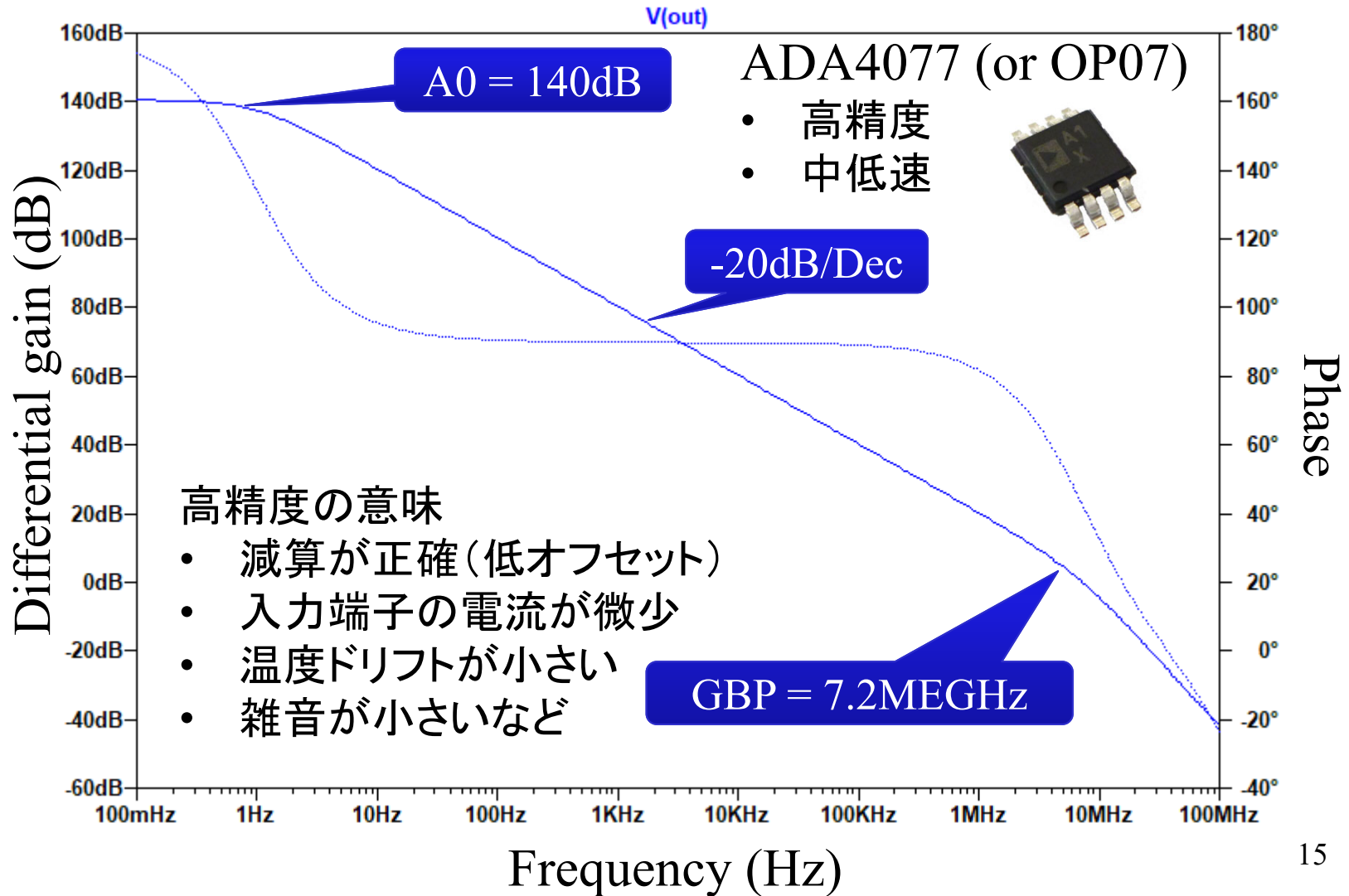
Function(機能)

$$v_{out} = A_d(v_{inp} - v_{inn})$$

減算機能を持つ増幅回路を差動増幅回路(Differential Amplification)という。

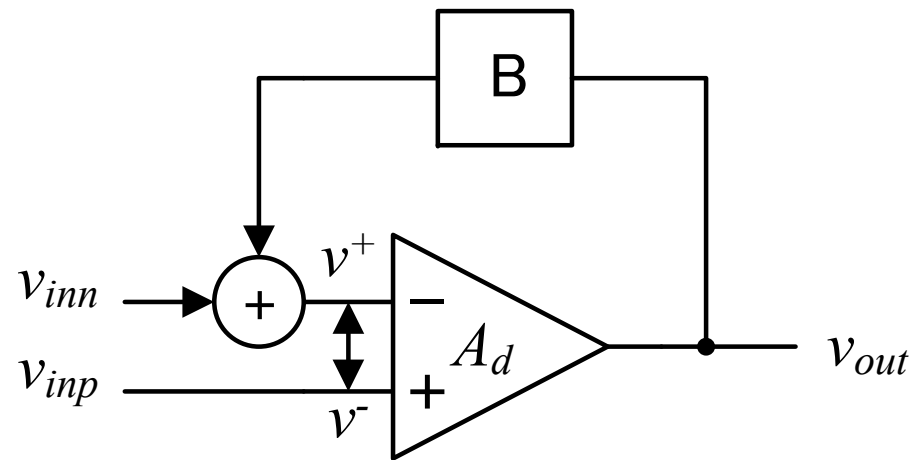
- A_d は非常に大きい(140dB=10,000,000倍)
- $Z_{in} \doteq \infty$ (入力端子に電流が流れない)
- $Z_{out} \doteq 0$ (負荷の影響を受けない)

演算増幅器の周波数特性



仮想ショート(Virtual short)

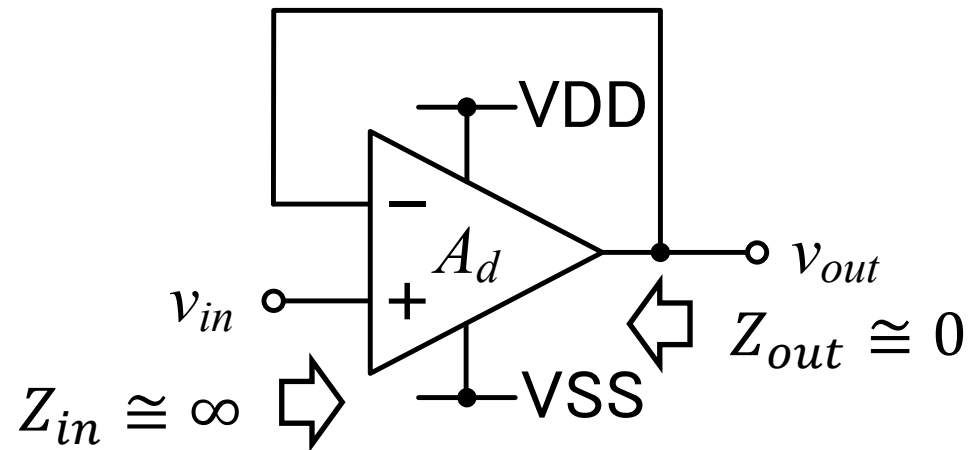
理想的な演算増幅器($A_d \doteq \infty$)にNFBが働いているとき、 $v^+ - v^- = 0V$



NFBが働いているので、 v_{out} は無限に大きくなるならない。

$$v^+ - v^- = \frac{v_{out} A_d \approx \infty \text{ 有限値}}{A_d} \rightarrow \frac{\quad}{\infty} = 0$$

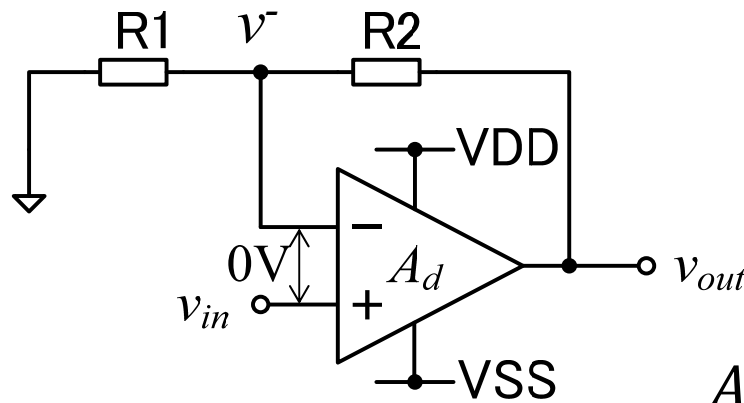
理想的インピーダンスバッファ



$$v_{in} = v_{out}$$

非反転増幅回路と反転増幅回路

非反転増幅回路

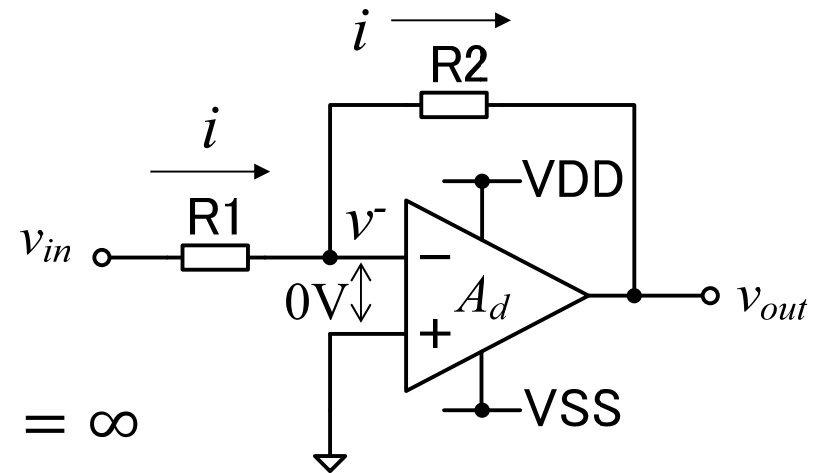


$$A_d = \infty$$

$$\begin{cases} v^- = v_{in} \\ v^- = \frac{R1}{R1 + R2} v_{out} \end{cases}$$

$$Gain = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1 + \frac{R2}{R1}$$

反転増幅回路

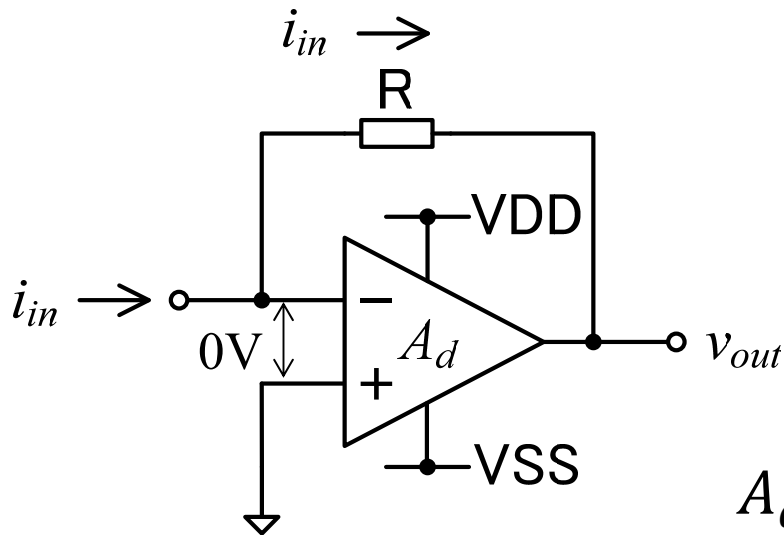


$$\begin{cases} v^- = v^+ = 0 \\ v_{in} - v^- = R1 \cdot i \\ v^- - v_{out} = R2 \cdot i \end{cases}$$

$$Gain = \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R2}{R1}$$

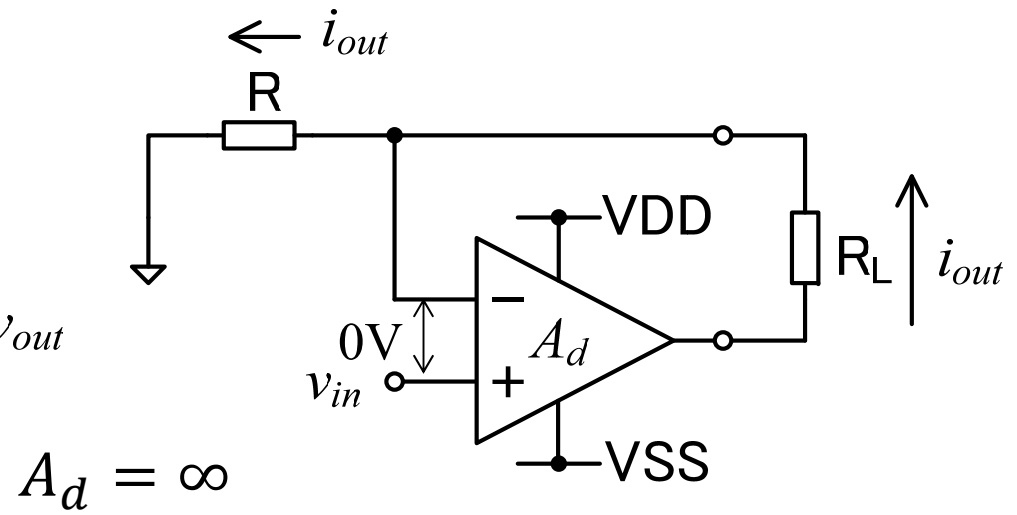
電流-電圧変換と電圧-電流変換

電流-電圧変換



$$v_{out} = -Ri_{in}$$

電圧-電流変換



$$i_{out} = \frac{1}{R} v_{in}$$

11.2節のまとめ

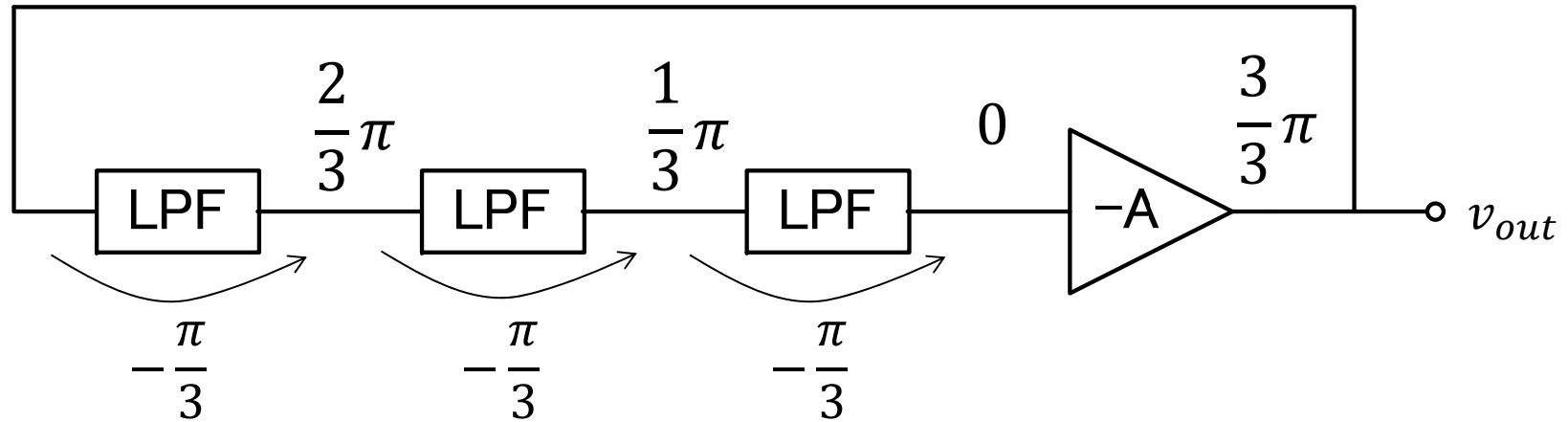
- 演算増幅器
 - 超高性能な差動増幅機能を持つ増幅回路
 - 反転増幅回路と非反転増幅回路の両方の機能を持つ
 - 100%のNFBでも安定な周波数特性を持つ
- 演算増幅器を用いた回路
 - 超高精度な信号処理回路や超高利得の増幅回路を実現できる
 - 演算増幅器を用いた基本回路として下記のものがある
 - 理想的インピーダンスバッファ
 - 非反転増幅回路
 - 反転増幅回路
 - 電流-電圧変換回路

簡便な低周波発振器

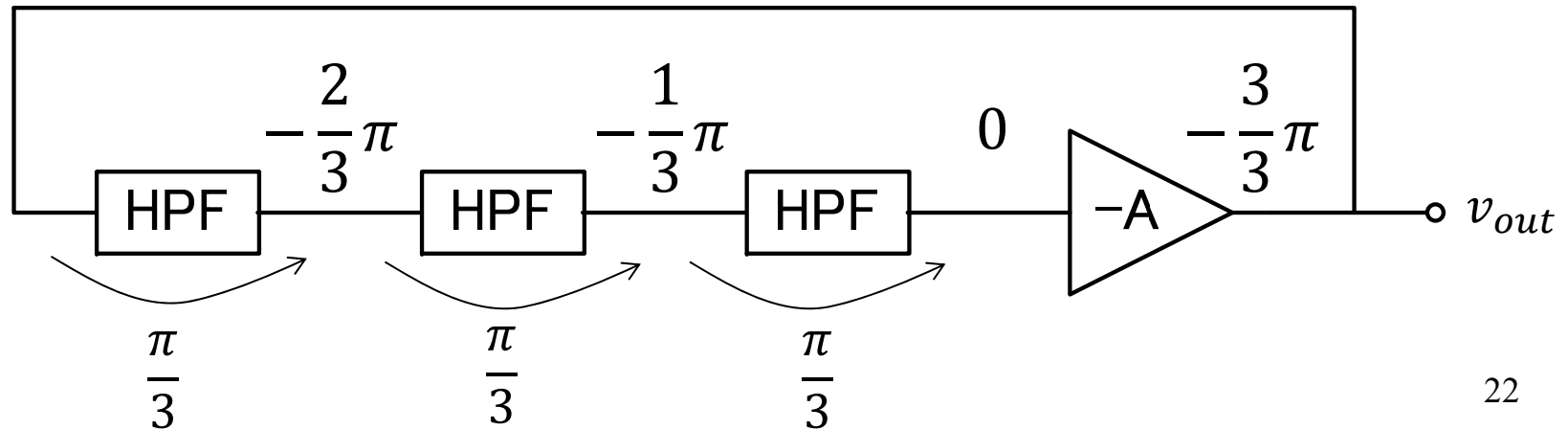
11.3 移相型発振回路(PHASE SHIFT OSCILLATOR)

移相型発振の原理

遅れ移相型発振回路

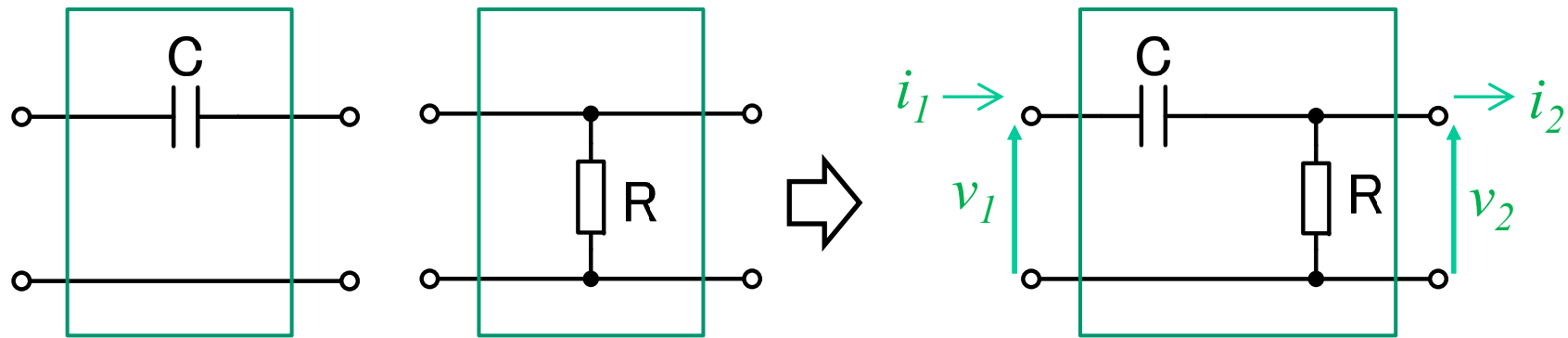


進み移相型発振回路



移相回路の設計(HPF)

HPFの特性をFパラメータで表す $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$



$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{j\omega CR} & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

1段の1次HPFで最大90度の位相変化→3段以上必要

3段移相回路の設計 (HPF)

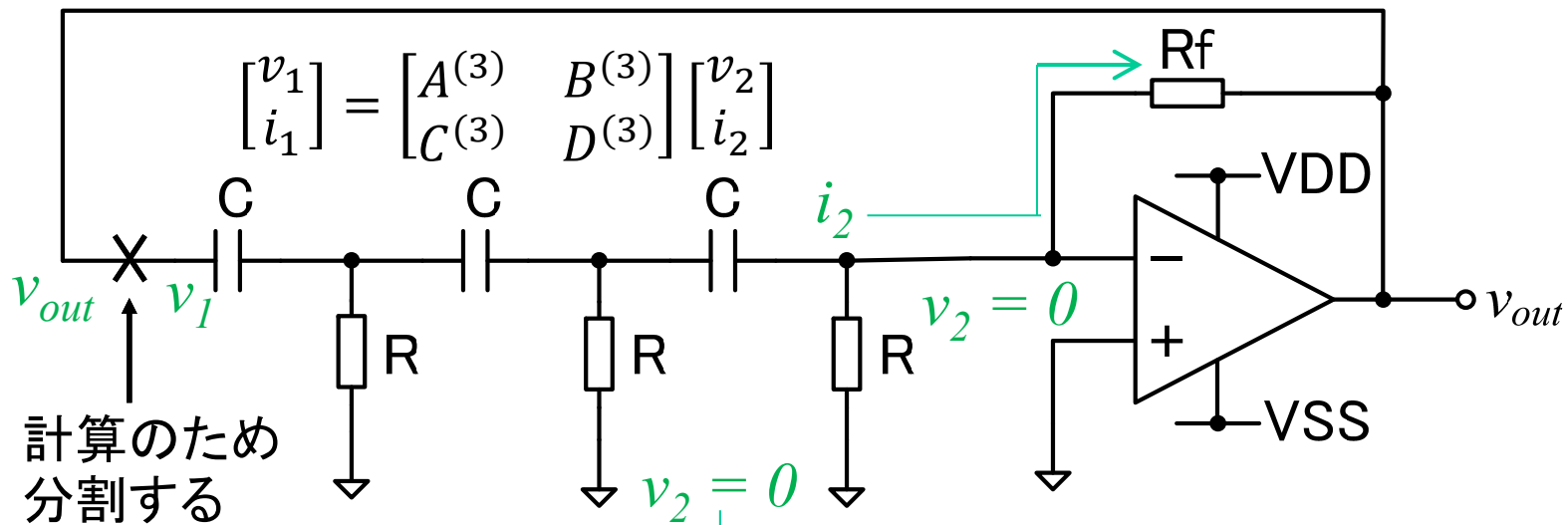


$$\begin{bmatrix} A^{(3)} & B^{(3)} \\ C^{(3)} & D^{(3)} \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} A^3 + 2ABC + BCD & A^2B + ABD + B^2C + BD^2 \\ A^2C + ACD + BC^2 + CD^2 & ABC + 2BCD + D^3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{j\omega CR} & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} A^{(3)} = 1 + \frac{6}{j\omega CR} + \frac{5}{(j\omega)^2 C^2 R^2} + \frac{1}{(j\omega)^3 C^3 R^3} & (i_2 = 0 \text{ の場合}) \\ B^{(3)} = \frac{3}{j\omega C} + \frac{4}{(j\omega)^2 C^2 R} + \frac{4}{(j\omega)^3 C^3 R^2} & (v_2 = 0 \text{ の場合}) \end{cases}$$

移相型発振回路($v_2 = 0$ の場合)



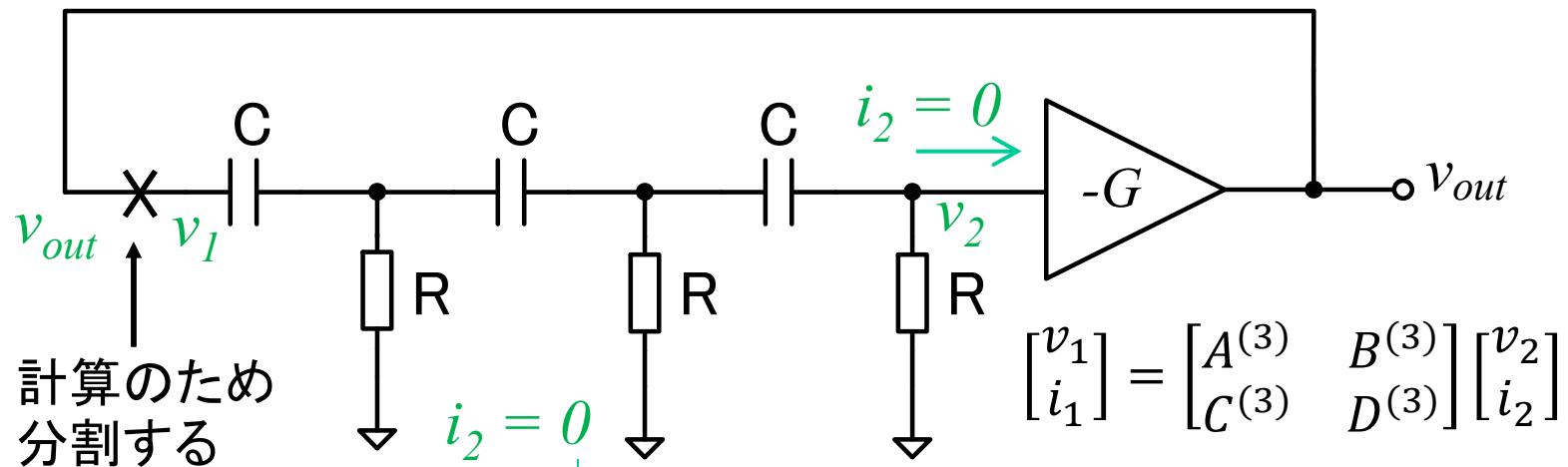
$$G_{loop} = \frac{v_{out}}{v_1} = \frac{i_2 v_{out}}{v_1 i_2} = \frac{-R_f}{B^{(3)}} = \frac{R_f}{\frac{4}{\omega^2 C^2 R} - j\left(\frac{1}{\omega^3 C^3 R^2} - \frac{3}{\omega C}\right)}$$

$$\begin{cases} \angle G_{loop} = \tan^{-1} \frac{1 - 3\omega^2 C^2 R^2}{4\omega C R} = 0 \\ G_{loop}(\omega = 1/\sqrt{3}CR) = \frac{R_f}{12R} \geq 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \omega = \frac{1}{\sqrt{3}CR} & \text{(位相条件)} \\ \frac{R_f}{R} \geq 12 & \text{(振幅条件)} \end{cases} \quad 25$$

移相型発振回路($i_2 = 0$ の場合)



$$G_{loop} = \frac{v_{out}}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} (-G) = \frac{-G}{A^{(3)}} = \frac{-G}{1 - \frac{5}{\omega^2 C^2 R^2} + j\left(\frac{1}{\omega^3 C^3 R^3} - \frac{6}{\omega CR}\right)}$$

$$\begin{cases} \angle G_{loop} = \tan^{-1} \frac{1 - 6\omega^2 C^2 R^2}{\omega CR(\omega^2 C^2 R^2 - 5)} = 0 \\ G_{loop}(\omega = 1/\sqrt{6}CR) = \frac{G}{29} \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{1}{\sqrt{6}CR} \quad (\text{位相条件}) \\ G \geq 29 \quad (\text{振幅条件}) \end{cases}$$

(参考) ループ利得の計算における注意点

ループ利得を計算するために、フィードバックループのどこかを、切断して計算を行う必要があるが、ループを切ってしまうと、その配線には電流が流れなくなり、回路の特性が変化してしまうという問題がある。このため、ループを切断する箇所の選定には注意が必要。下記のような、配線を選ぶこと。

- 電流が流れない配線を切断
 - 例: 入力インピーダンスが非常に大きい増幅回路の入力配線
- 切断しても電圧が変化しない配線を切断
 - 例: 負荷抵抗の影響が殆ど現れないような、インピーダンスバッファやOPAの出力配線

課題11.1

1. LPF移相型発振回路の周波数条件と電力条件を求めよ。
 $Z_{in} = \infty$ の電圧増幅回路を使用する場合と、電流-電圧変換回路を使用する場合のそれぞれについて求めること。

課題11.2

1. 次スライドの移相型発振回路について、周波数条件と電力条件から、発振周波数(Hz)と発振するために必要なR4の値の範囲を計算して、レポートに示せ。
2. シミュレーションを実施し、発振周波数(Hz)と出力電圧のRMS(V)を求めて、レポートに記載せよ。また、発振周波数(Hz)の計算値に対する誤差率も示せ。
3. 回路図、V(OUT), V(N2), V(N3), V(N4)の波形をレポートに添付せよ。
4. .tran ディレクティブの、Time to start saving data を0sに変更して、波形が、動作開始から990msの時点で定常状態になっているか確認せよ。
 1. R4 = 110k Ω のときとR4 = 109k Ω のときの波形をレポートに添付せよ。
 2. R4 = 109k Ω のとき、発振が持続しない理由について説明せよ。

回路図

.ic で初期値設定
(次スライド参照)

発振周期(s)の測定

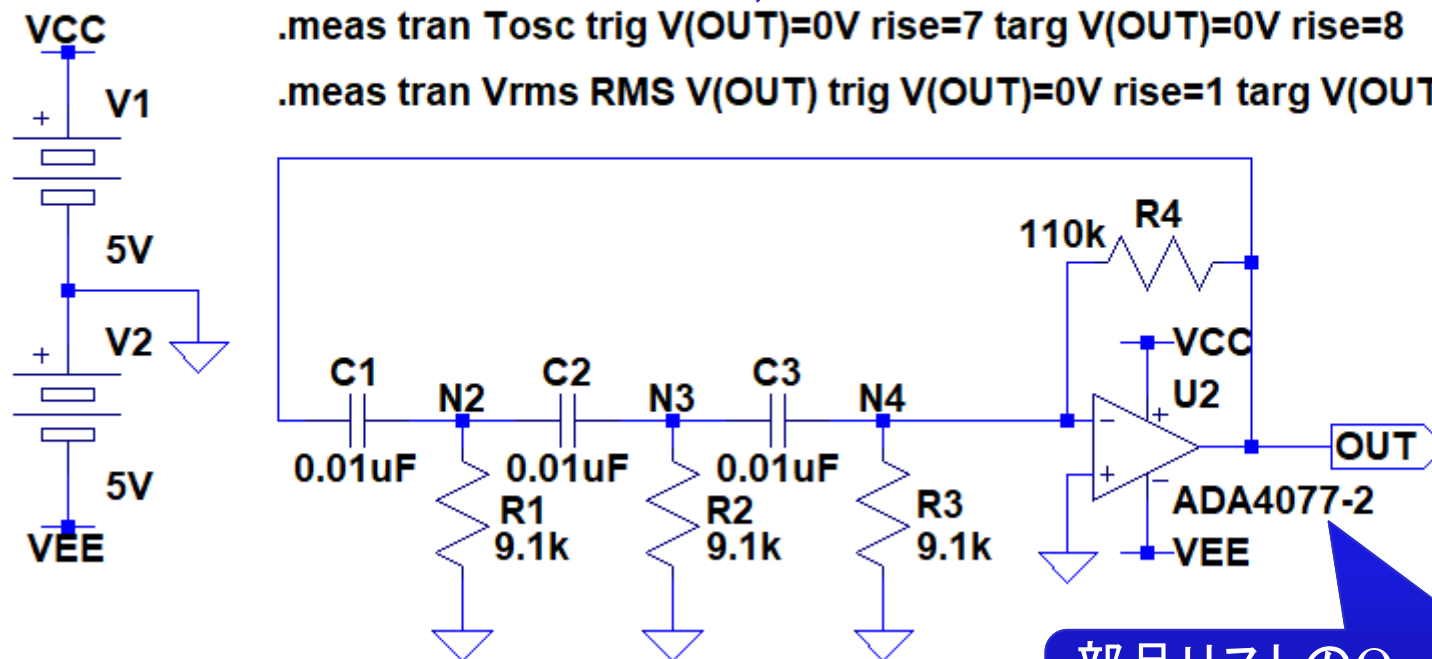
出力のRMS(V)の測定

```
.ic V(OUT)=1V
```

```
.tran 0 1000ms 990ms
```

```
.meas tran Tosc trig V(OUT)=0V rise=7 targ V(OUT)=0V rise=8
```

```
.meas tran Vrms RMS V(OUT) trig V(OUT)=0V rise=1 targ V(OUT)=0V rise=8
```



部品リストのOpamps
配下で選択

(重要) TRAN解析の初期値設定

- 発振の開始条件
 - 発振回路は、入力信号がないため、発振を開始するためのトリガを必要とする(直流バイアスを加えただけの状態も回路方程式の解である)。
 - 現実の回路では、雑音などがトリガとなって、発振振幅が時間とともに大きくなっていく。
- シミュレーションで発振を開始する方法
 - 過渡応答解析では、雑音がないため(AC解析では雑音を計算できる)、意図的にトリガーを加えないと発振しない。
 - トリガーの代用として、初期値を設定し、バイアス電圧やバイアス電圧から外れた値にすることにより、発振を開始させる。
 - 初期を与える場所と値によって、定常状態への到達時間が異なるため、長時間のシミュレーションにより、定常状態になることを確認する必要がある。

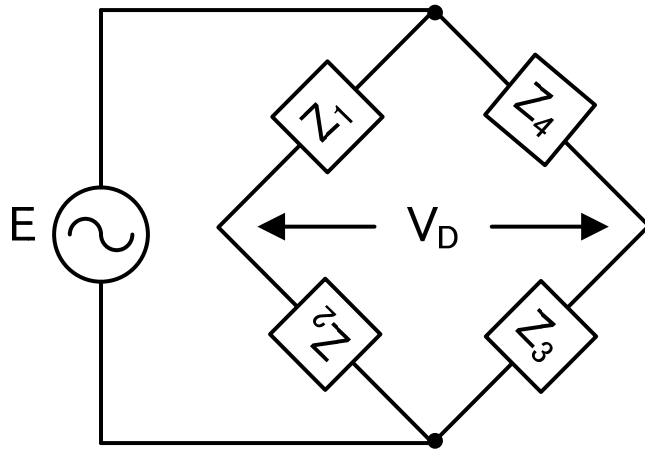
11.3節のまとめ

- 移相型発振回路の動作原理
 - RC-LPFまたはRC-HPFにより、位相を180度変化させて信号を正帰還させる
 - RC-LPFまたはRC-HPFで減衰した信号振幅を補うために反転増幅回路を使用する
- 移相型発振回路の発振条件
 - 下記の場合に簡単な形になる
 - フィルタの出力電圧 = 0V の条件 (OPAの仮想ショートを使用)
 - フィルタの出力電流 = 0A の条件 (教科書はこちらが多い)
- 発振回路のシミュレーションでは、発振を開始するためのトリガとなる、初期値の設定が必要

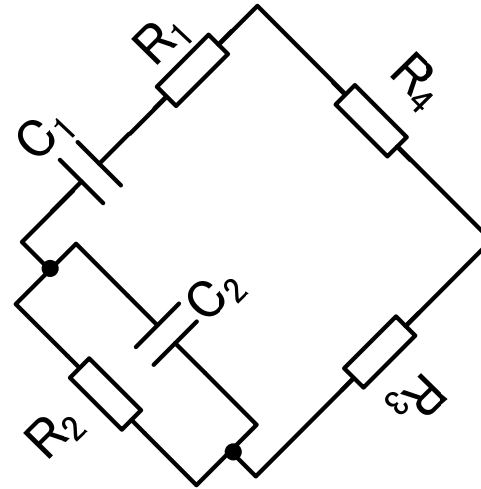
周波数可変の低周波発振器

11.4 ウィーンブリッジ発振回路

ウィーンブリッジの平衡条件

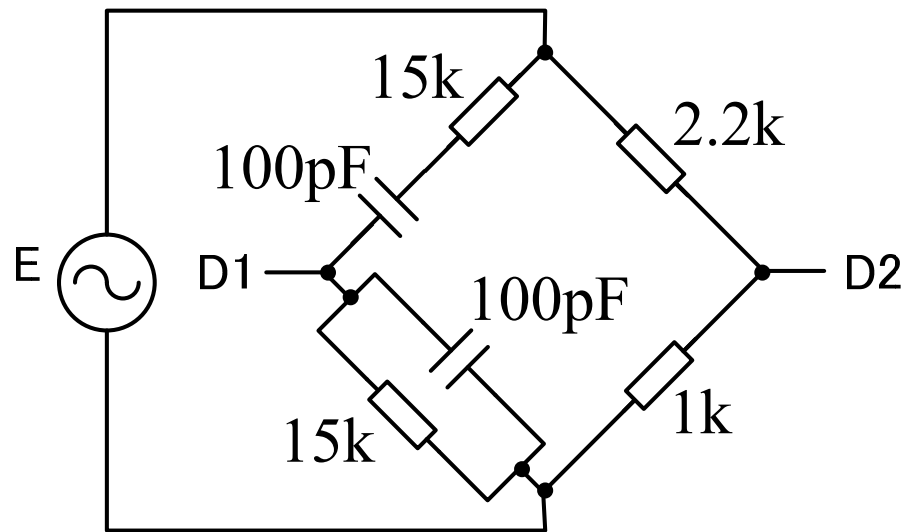


$$V_D = 0 \text{ (平衡条件)}$$
$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$$

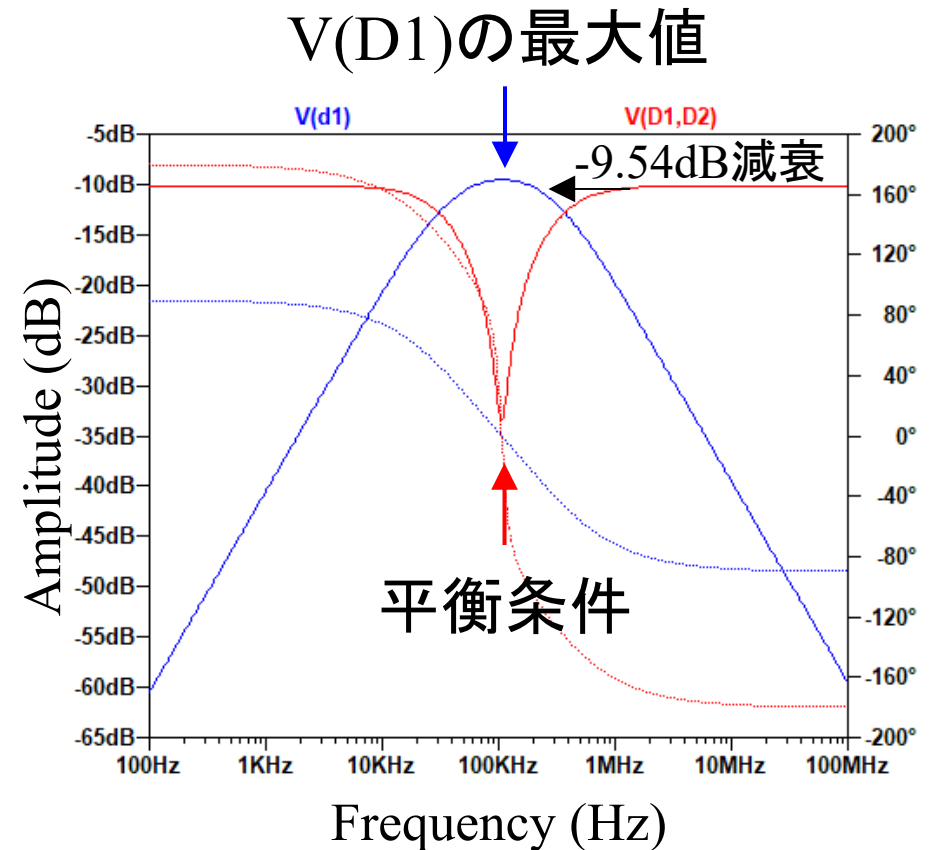


$$\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) R_3 = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2} R_4$$
$$\therefore \omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$$

ウィーンブリッジの周波数特性

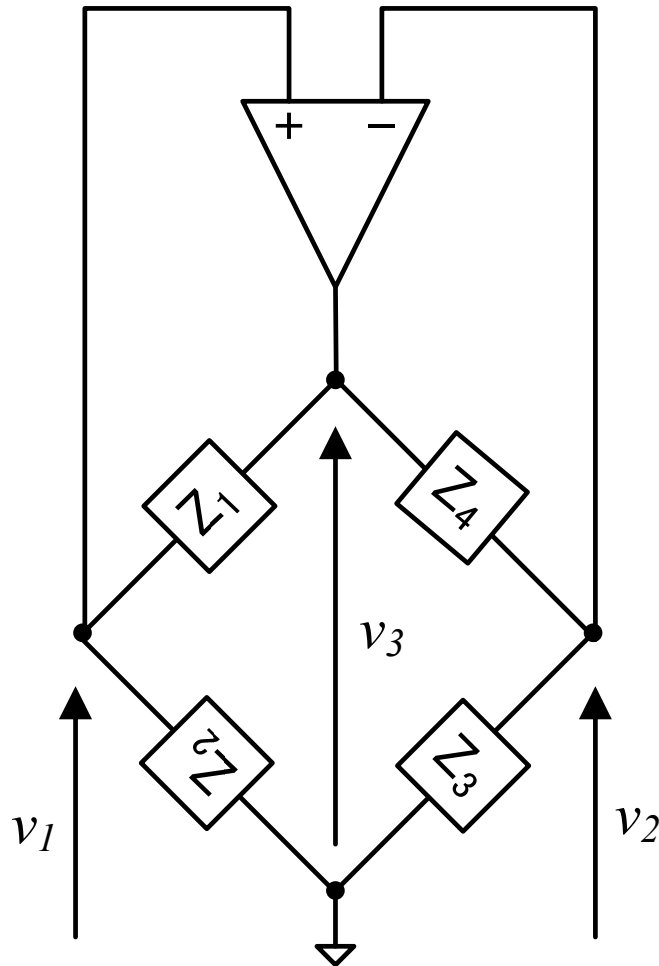


平衡条件
 $f = 106.1\text{kHz}$



出力D1のBPF(Band pass filter)特性

OPAによる自己励振



$$\begin{cases} v_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} v_3 \\ v_2 = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} v_3 \end{cases}$$

$v_1 = v_2$ (仮想ショート) が成り立つとき

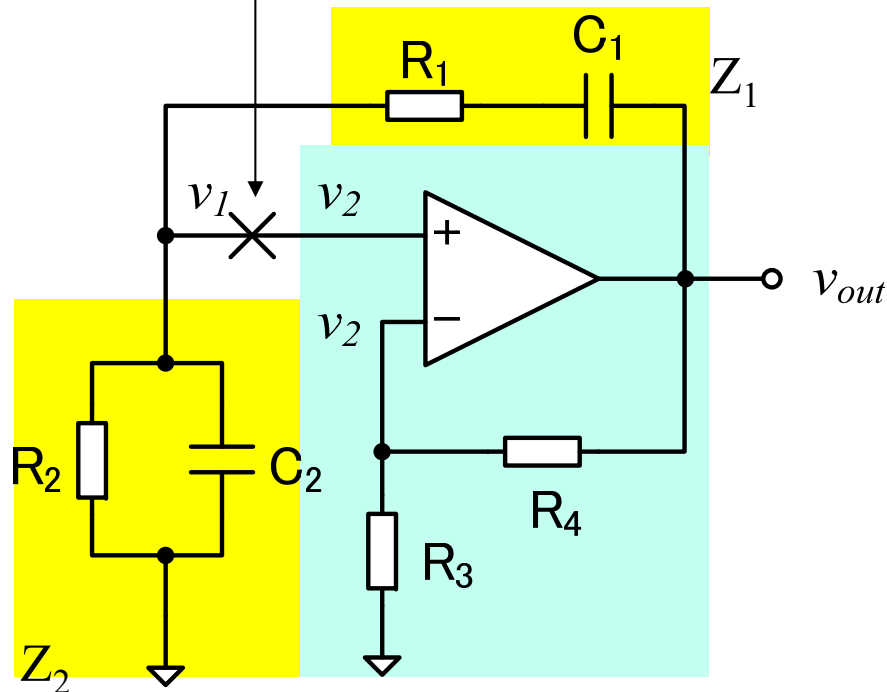
$$Z_2(Z_3 + Z_4) = Z_3(Z_1 + Z_2)$$

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$$

仮想ショート(バーチャルショート)が成り立つとき、平衡条件も成り立つ(→平衡条件が回路方程式の解となる)。

ウィーンブリッジ発振回路 (Wien bridge oscillator)

一旦、切り離してループ利得を計算する



利得 $A = 1 + R_4/R_3$
の増幅回路

$$\begin{cases} v_{out} = Av_2 = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right)v_2 \\ v_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}v_{out} \text{ (BPF特性)} \end{cases}$$

ループ利得

$$G_{loop} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{v_{out}} \frac{v_{out}}{v_2} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} A$$

$$Z_1 = \frac{1 + j\omega C_1 R_1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$$

(再)ループ利得の計算における 注意点

ループ利得を計算するために、フィードバックループのどこかを、切断して計算を行う必要があるが、ループを切ってしまうと、その配線には電流が流れなくなり、回路の特性が変化してしまうという問題がある。このため、ループを切断する箇所の選定には注意が必要。下記のような、配線を選ぶこと。

- 電流が流れない配線を切断
 - 例：入インピーダンスが非常に大きい増幅回路の入力配線
- 切断しても電圧が変化しない配線を切断
 - 例：負荷抵抗の影響が殆ど現れないような、インピーダンスバッファやOPAの出力配線

ウィーンブリッジ発振回路の発振条件

$$G_{loop} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} A = \frac{A}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right) + j\left(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2}\right)}$$

$$\text{Im}[G_{loop}] = \frac{-(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2})A}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2}\right)^2}$$

$$\text{Re}[G_{loop}] = \frac{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)A}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\omega C_2 R_1 - \frac{1}{\omega C_1 R_2}\right)^2}$$

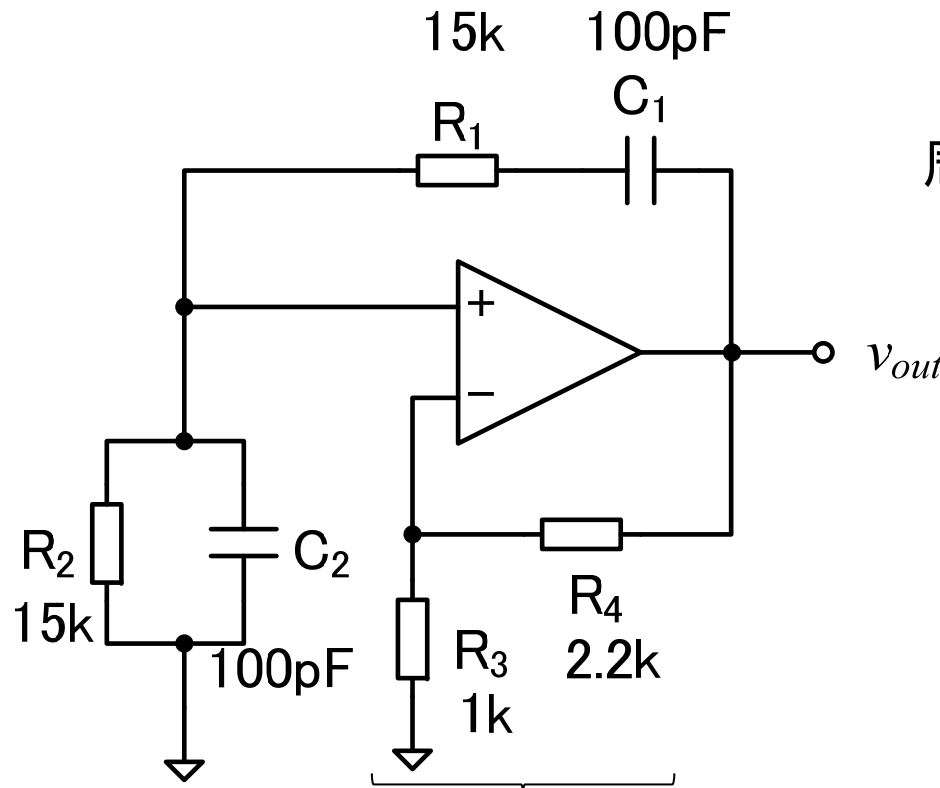
ウィーンブリッジの平衡条件と合致

位相条件 $\text{Im}[G_{loop}] = 0$ \Rightarrow $\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}}$
 (周波数条件)

振幅条件 $\text{Re}[G_{loop}] \geq 1$ \Rightarrow $A \geq 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1}$
 (電力条件)

$C_1 = C_2, R_1 = R_2$ のとき、 $A \geq 3$

ウィーンブリッジ発振回路の設計例

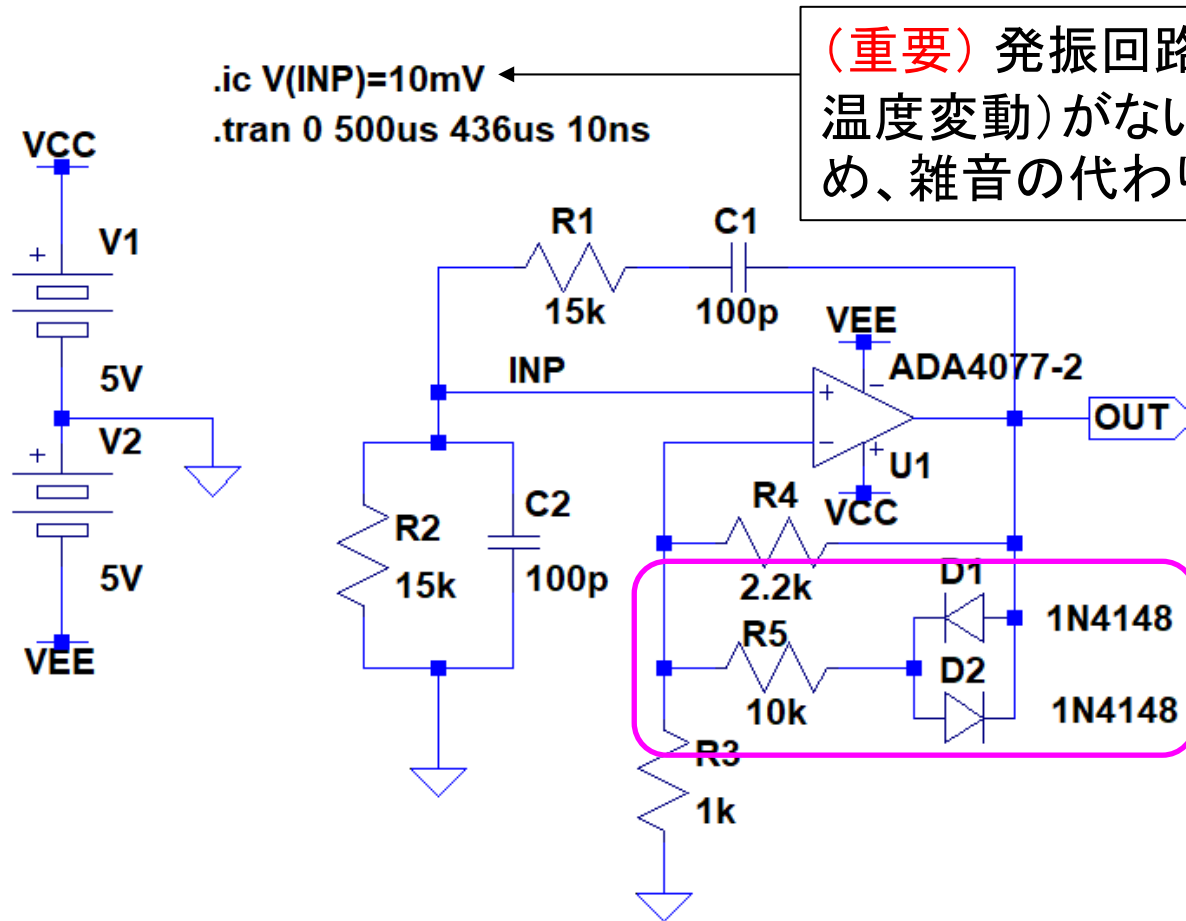


周波数条件より

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_2}} \\
 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{100\text{pF} \cdot 100\text{pF} \cdot 15\text{k}\Omega \cdot 15\text{k}\Omega}} \\
 &= 106.1 \text{ kHz}
 \end{aligned}$$

振幅条件より $A = 1 + \frac{R_4}{R_3} = 3.2 \geq 1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} = 3$

ウィーンブリッジ発振回路のシミュレーション

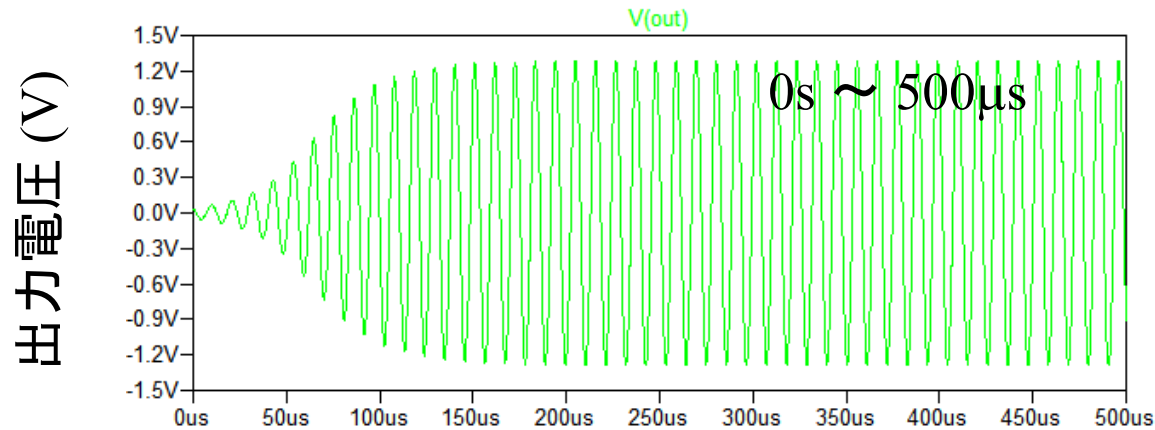


(重要) 発振回路は、最初に外乱(雑音や温度変動)がないと、発振を開始しないため、雑音の代わりに、初期値を設定する。

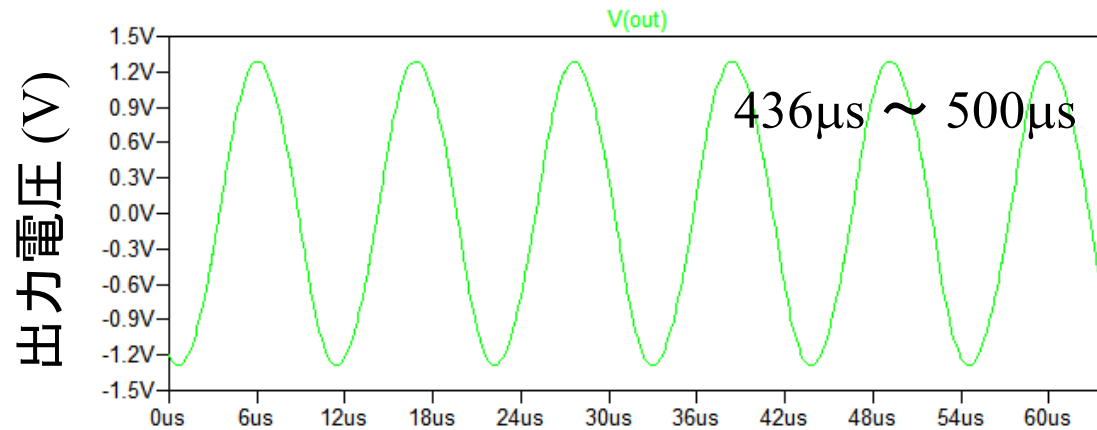


振幅制限回路を追加
振幅制限は無くても動作するが、振幅が大きくなりすぎて波形が歪むのを防ぐ。

シミュレーション結果



0秒から波形を表示すると、小さな振動から振幅が成長していく過渡現象が観測される。



発振波形が安定して、定常状態に入った部分。発振周波数は、定常状態に入った後の波形を用いて調べること。

時間 (s)

課題11.3

1. 前スライドの回路のTRAN解析を行い、0s～1msと872 μ s～1msの発振波形を貼り付けよ
2. 872 μ s～1msの発振波形の周波数を求めよ
 - 発振周波数は、高速フーリエ変換(FFT)すると簡単に求めることができる
3. R5を100k Ω に変更したとき、発振波形がどのように変化するか。また、その原因として、どのようなことが考えられるか

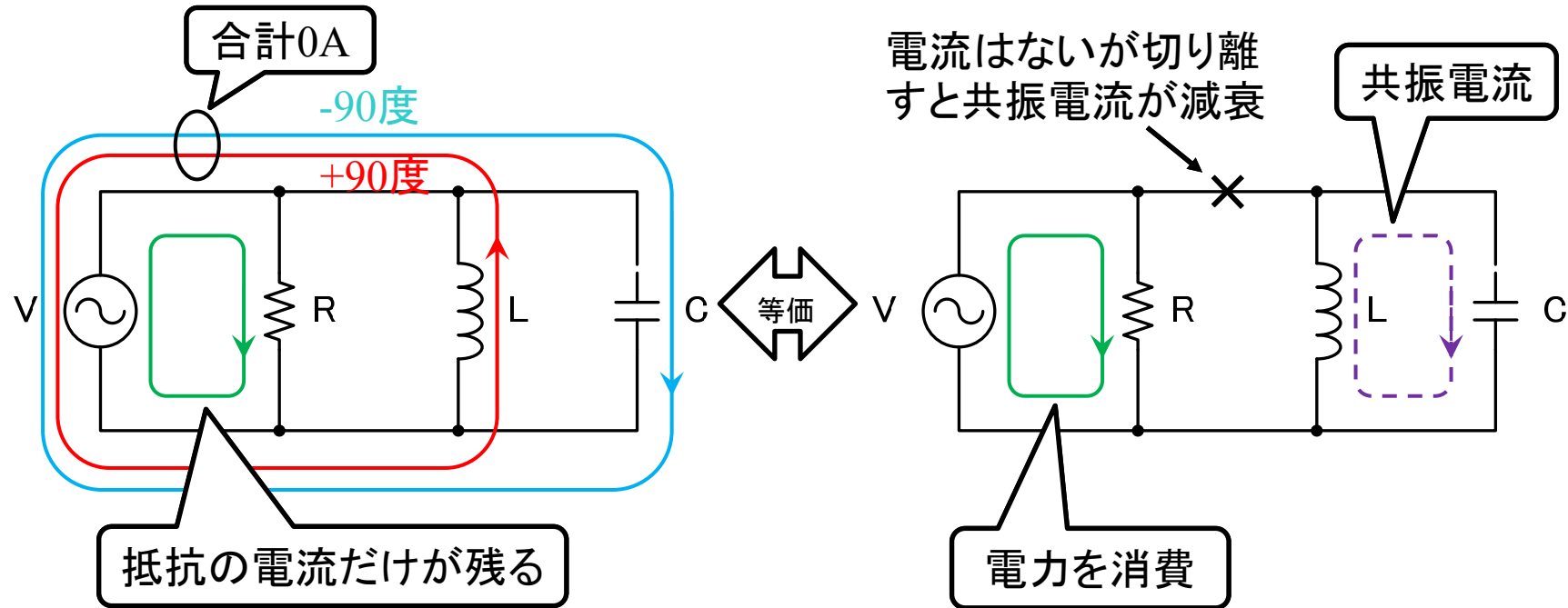
11.4節のまとめ

- ウィーンブリッジ発振回路の動作原理
 - ウィーンブリッジのBPF(Band Pass Filter)特性により選択した周波数を正帰還させる
- ウィーンブリッジ発振回路の発振条件
 - ウィーンブリッジの平衡条件と同じ
 - $R1=R2$ として抵抗を変更すると、振幅条件を変えずに、周波数を変えることができる

無線通信に使われる高周波発振器

11.5 LC発振回路

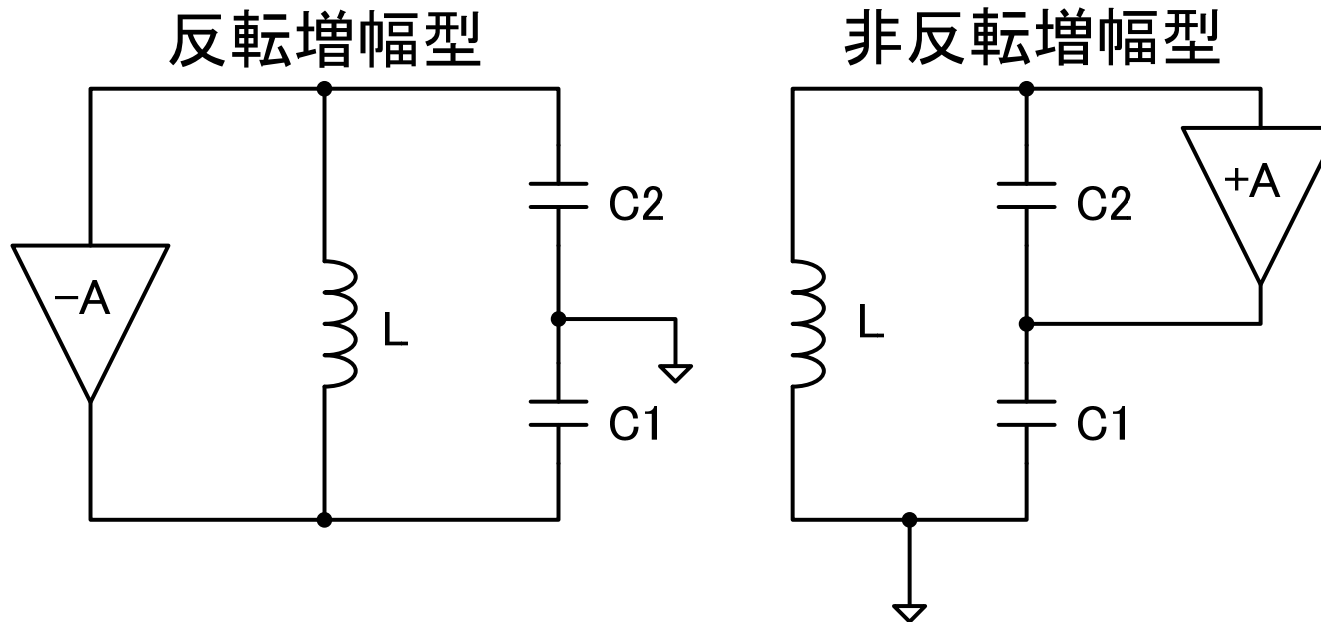
LC並列共振



Lの電流とCの電流は、位相が180度ずれている。共振周波数では振幅が等しくなり打ち消しあうため、交流電圧源とLC共振回路は独立している。本来は、交流電源がなくても電場エネルギーと磁場エネルギーを交互に交換しているため、共振電流は流れ続ける。しかし、**実際のLやCには電力損失があり、電源がないと共振電流は短時間で減衰してしまう。**

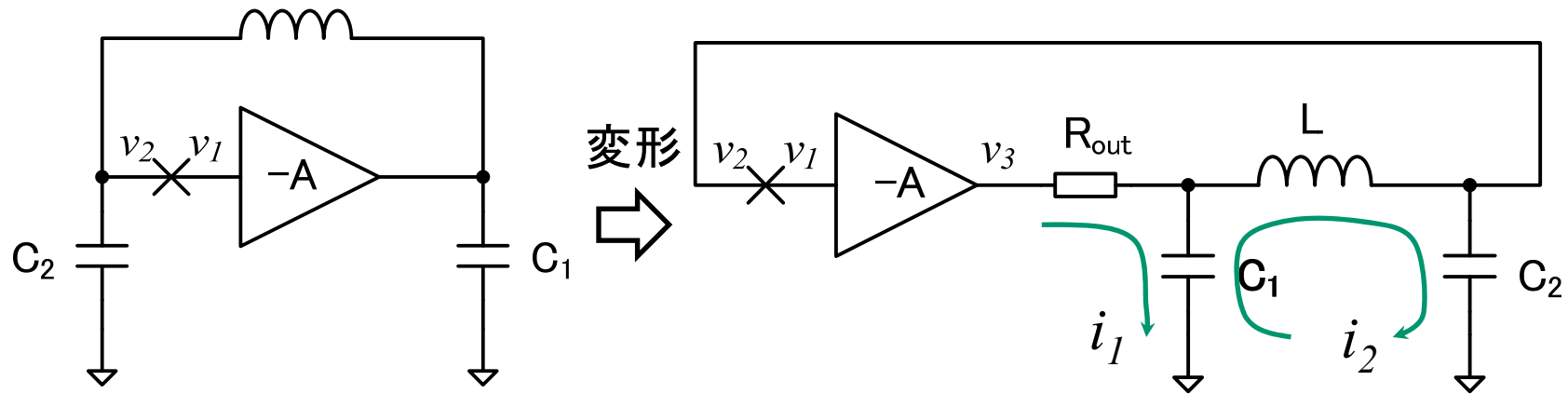
コルピッツ発振回路(Colpitts oscillator)

LC発振回路は、減衰した共振電流を増幅回路で補償してLC回路の共振を持続させる。増幅回路の入力、出力、GNDの3端子が必要なので、Cを2個に分割して3端子にする。



(参考) L を2個に分割した発振回路をハートレー発振回路(Hartley oscillator)と呼ぶ。

コルピッツ発振回路の発振条件 (反転増幅) 1



$$\left\{ \begin{array}{l} v_3 = -Av_1 = \left(R_{out} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) i_1 - \frac{1}{j\omega C_1} i_2 \\ \left(\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L \right) i_2 - \frac{1}{j\omega C_1} i_1 = 0 \\ v_2 = \frac{1}{j\omega C_2} i_2 \end{array} \right.$$

コルピッツ発振回路の発振条件 (反転増幅) 2

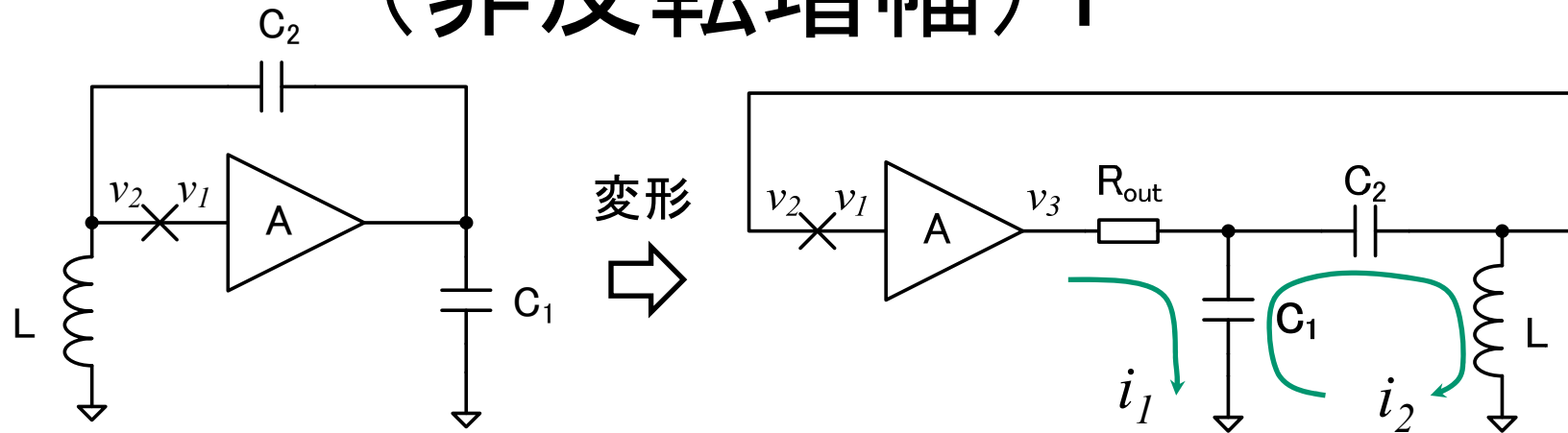
この回路は少々ループ利得の計算が面倒だが整理すると

$$G_{loop} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{-A}{(1 - \omega^2 LC_2) + j\omega C_1 C_2 R_{out} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \omega^2 L \right)}$$

$$\text{Im}[G_{loop}] = 0 \quad \text{より} \quad \omega_{osc} = \sqrt{\frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)}$$

$$\text{Re}[G_{loop}] \geq 1 \quad \text{より} \quad \frac{-A}{1 - \omega_{osc}^2 LC_2} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{C_2}{C_1}$$

コルピッツ発振回路の発振条件 (非反転増幅) 1



$$\left\{ \begin{array}{l} v_3 = Av_1 = \left(R_{out} + \frac{1}{j\omega C_1} \right) i_1 - \frac{1}{j\omega C_1} i_2 \\ \left(\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2} + j\omega L \right) i_2 - \frac{1}{j\omega C_1} i_1 = 0 \\ v_2 = j\omega L i_2 \end{array} \right.$$

コルピッツ発振回路の発振条件 (非反転増幅) 2

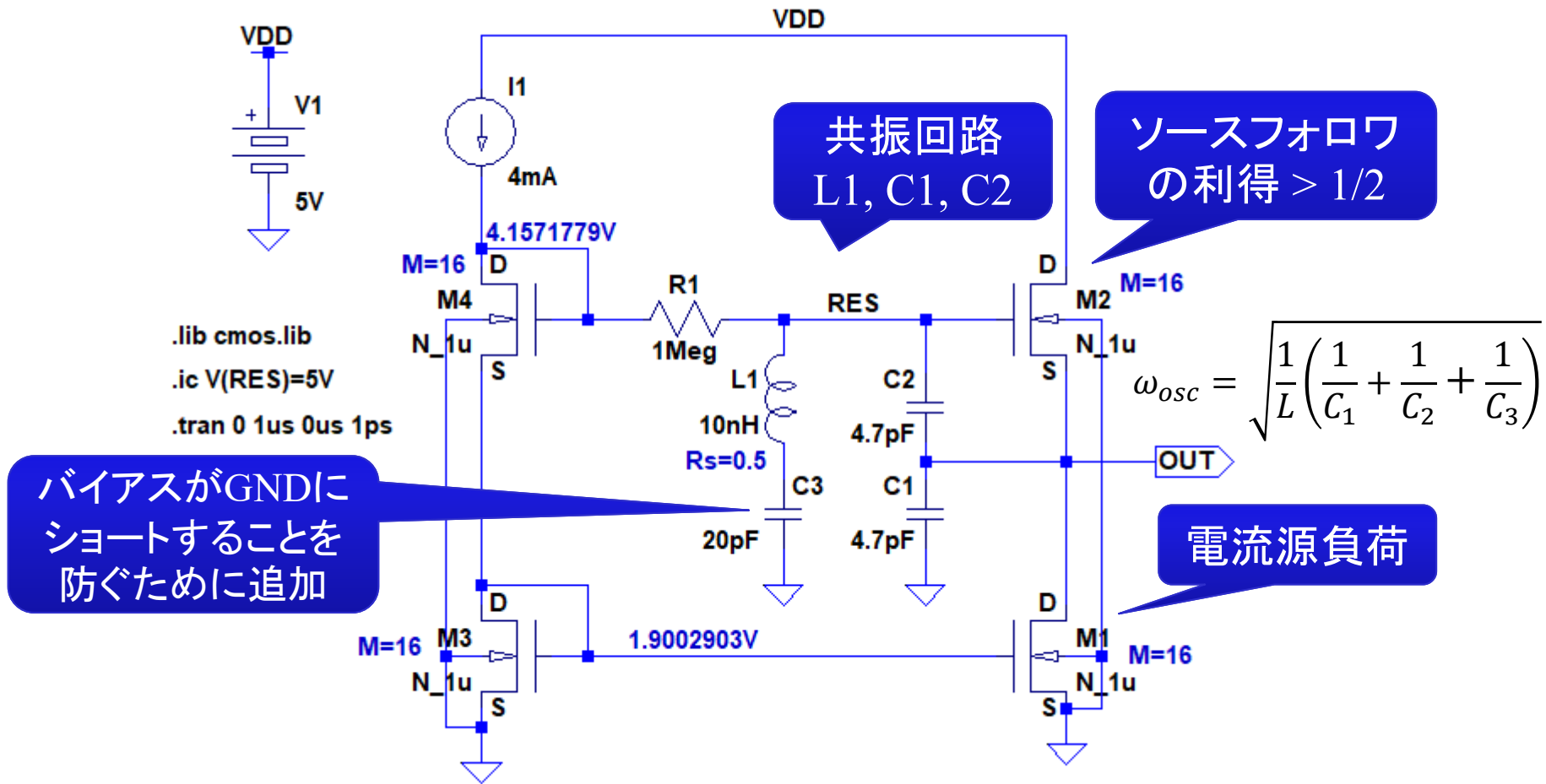
ループ利得

$$G_{loop} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{A}{\left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC_2}\right) - j \frac{C_1}{\omega L} R_{out} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \omega^2 L\right)}$$

$$\text{Im}[G_{loop}] = 0 \text{ より } \quad \omega_{osc} = \sqrt{\frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}$$

$$\text{Re}[G_{loop}] \geq 1 \text{ より } \quad \frac{A}{1 - \frac{1}{\omega_{osc}^2 LC_2}} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad A \geq \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

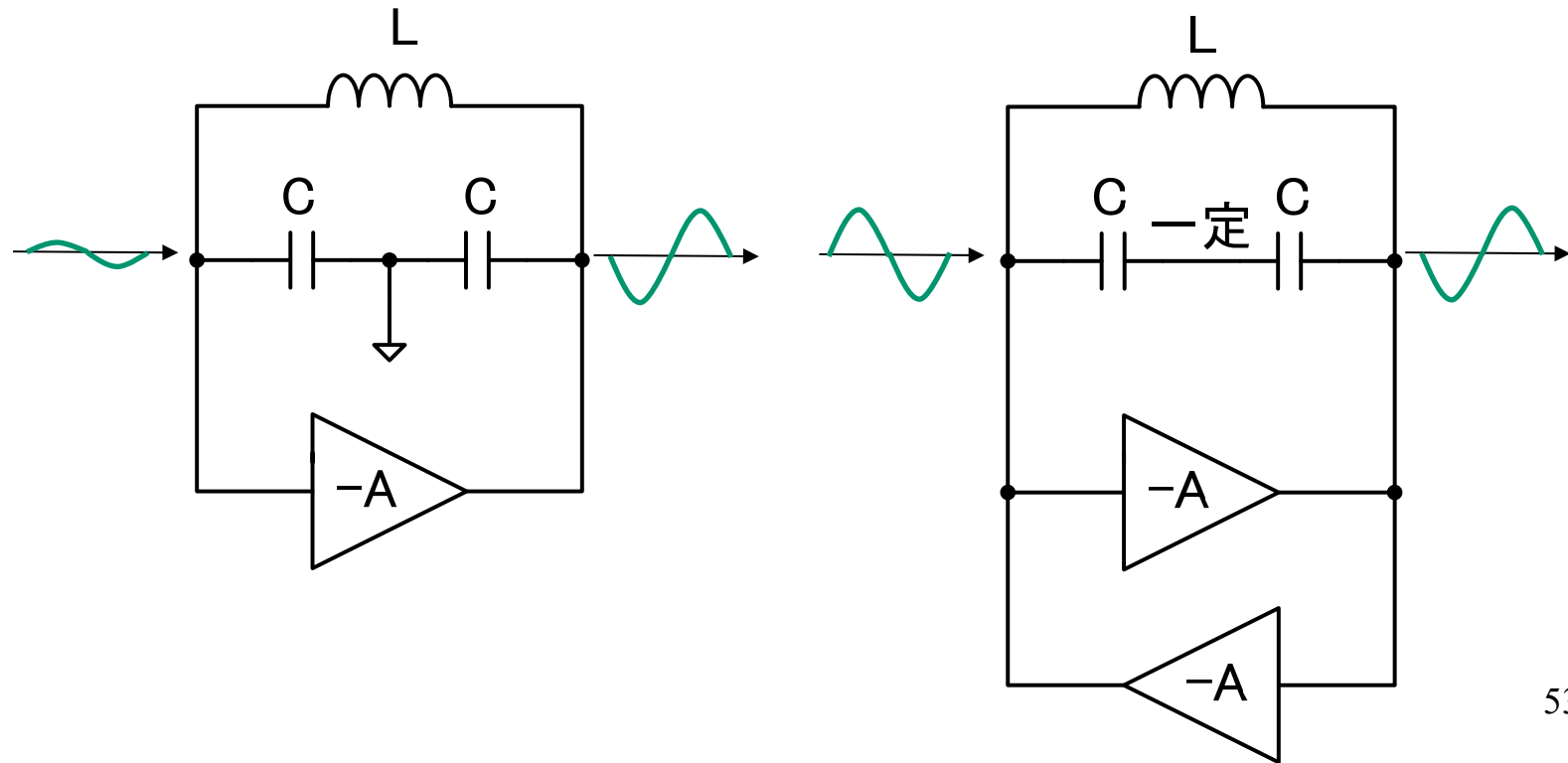
非反転増幅型コルピッツ発振回路 (クラップ発振回路)



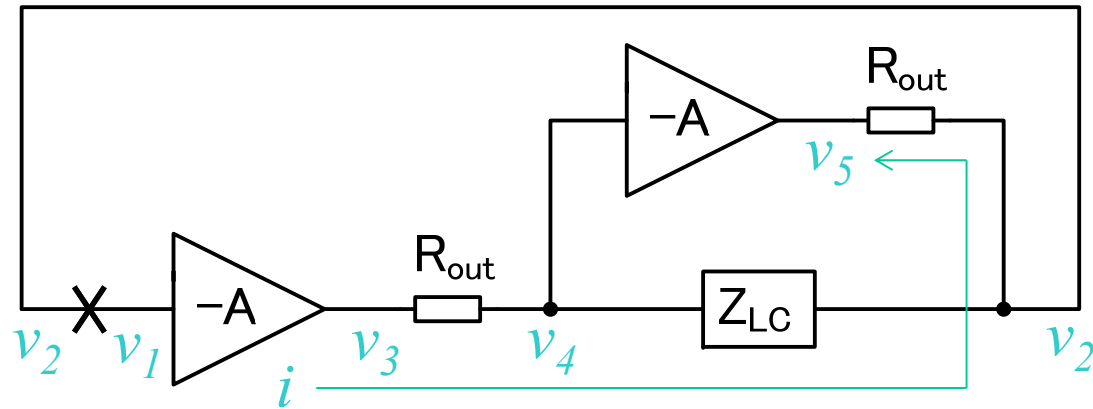
(参考) 通常、C3は可変容量として、発振周波数を制御する。

差動型コルピッツ発振回路

増幅回路の入力と出力の振幅は大きく異なるので、GNDに対してC1とC2の電圧が非対称な振動となる。増幅回路を2個使用して、両側の振幅を揃えると、 $C1 = C2$ のとき、C1とC2の接続点電位は常に一定となり、GNDに接続する必要がなくなる(Cは1個でよい)。



差動型コルピッツ発振回路の発振条件1



$$Z_{LC} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\begin{cases} v_4 = v_3 - R_{out}i = -Av_1 - R_{out}i \\ v_2 = v_5 + R_{out}i = -Av_4 + R_{out}i \\ v_4 - v_2 = Z_{LC}i \end{cases} \Rightarrow G_{loop} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{A(A - \frac{R_{out}}{Z_{LC}})}{1 + (2 + A)\frac{R_{out}}{Z_{LC}}}$$

差動型コルピッツ発振回路の発振条件2

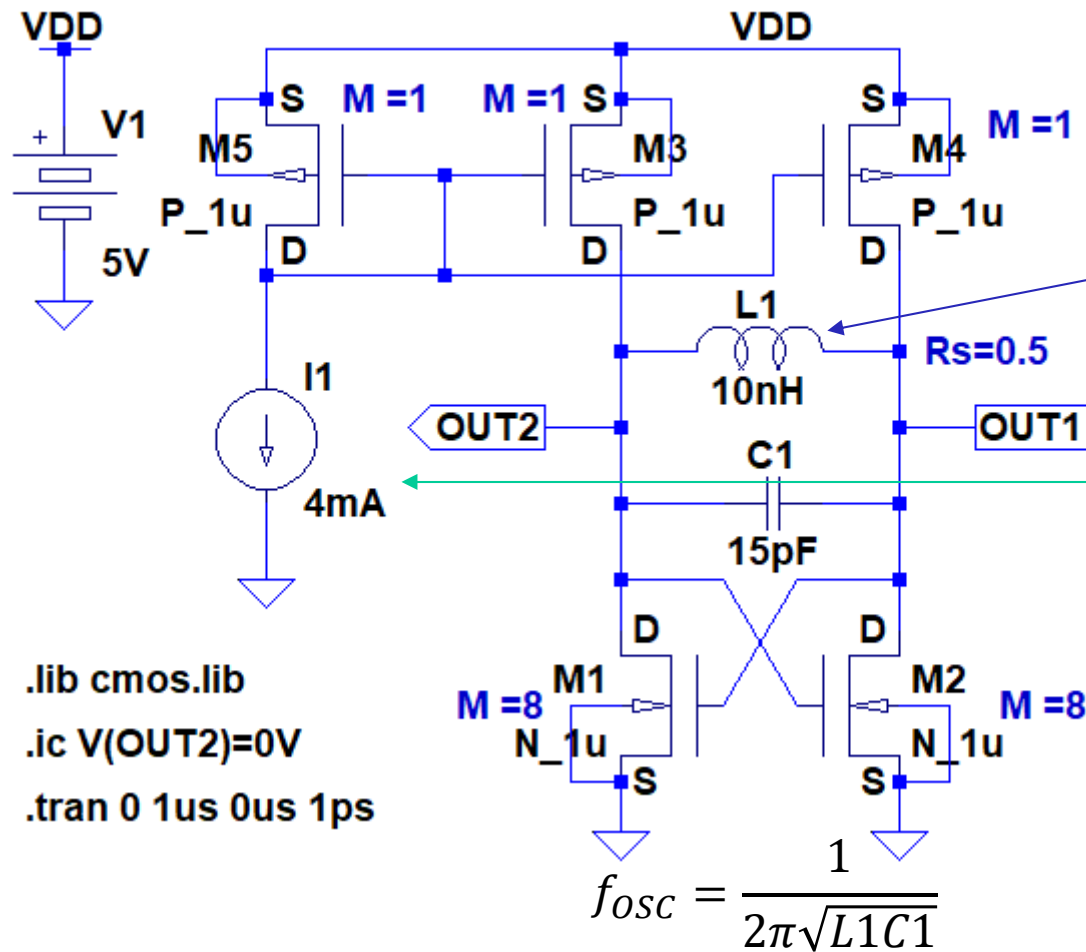
$$Z_{LC} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}$$

$$\frac{R_{out}}{Z_{LC}} = -j\omega \frac{1 - \omega^2 LC}{\omega^2 \frac{L}{R_{out}}}$$

$$\text{Im}[G_{loop}] = 0 \quad \text{より} \quad \frac{R_{out}}{Z_{LC}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{Re}[G_{loop}] \geq 1 \quad \text{より} \quad A^2 \geq 1 \quad \Rightarrow \quad |A| \geq 1 \quad (\text{共振回路に損失がない場合})$$

差動型コルピッツ発振回路の例1



```

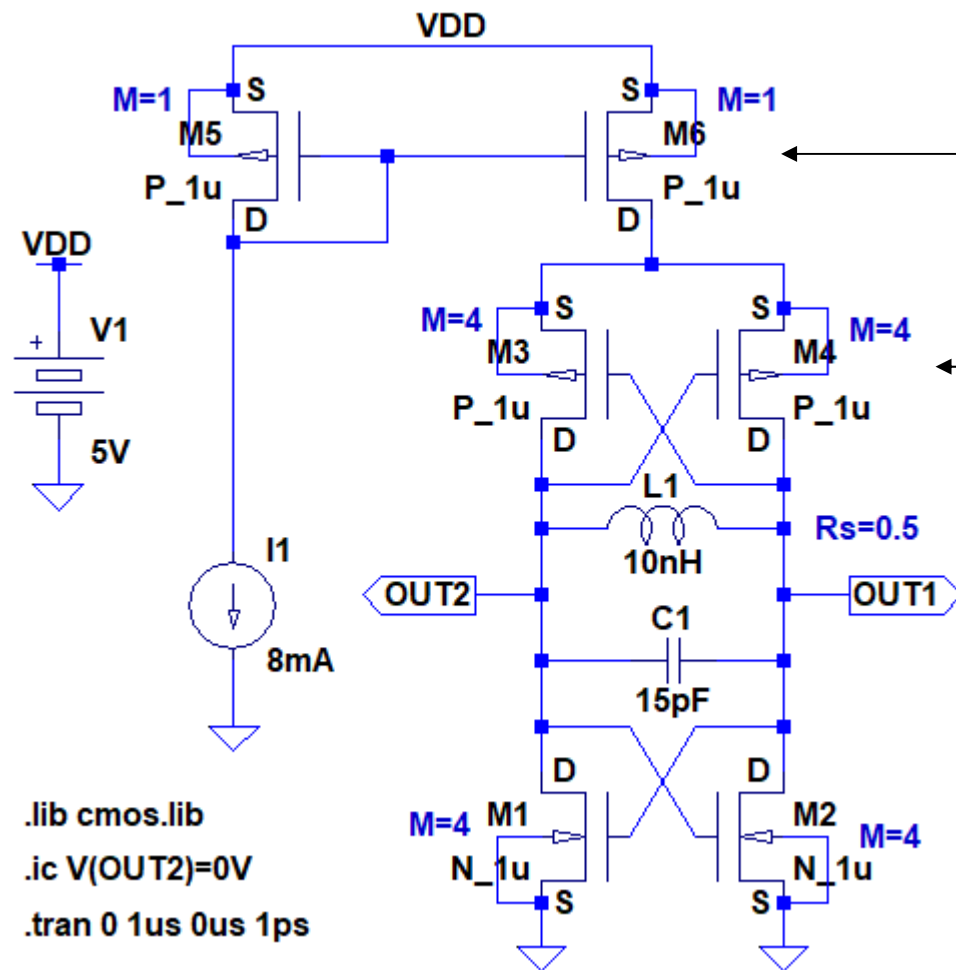
.lib cmos.lib
.ic V(OUT2)=0V
.tran 0 1us 0us 1ps
    
```

各MOSFETを右クリックして、並列接続数を図のコメントのように設定する。

L1を右クリックして、Series resistance = 0.5 (寄生抵抗)を設定する。

バイアス電流 $I1 = I_D$ の値を適当に設定して、電圧利得を調整する。I1を小さくすると電圧利得が大きくなるが、過渡応答が遅くなる。通常、C1は可変容量として、発振周波数を制御する。

差動型コルピッツ発振回路の例2



M1~M4のバイアス電流を $I_D = I1/2$ に設定。

実用回路では、p-ch MOSFETの g_m も使用して並列接続数Mを減らす。p-ch, n-chの両方を(負荷ではなく)増幅に使用する回路方式をPush-Pullという。詳細は、電子回路及び演習C, Dで学ぶ。通常、C1を可変容量として、発振周波数を制御する。

課題11.4

1. 前スライドまたは前々スライドのLC発振回路の発振周波数を解析式により求めよ。
2. 前スライドおよび前々スライドのLC発振回路について、各々0~1usおよび0.98us~1usの時間範囲でシミュレーションを行い、それぞれの時間範囲に対するOUT1とOUT2の波形をレポートに提出せよ。
3. 前スライドおよび前々スライドのLC発振回路について、各々0.98us~1usのシミュレーションで得られた出力波形の発振周波数(Hz)と振幅のRMS(V)を求めよ。
4. 解析式と回路シミュレーションで求めた発振周波数には、何%の違いがあるか示せ。

11.5節のまとめ

- LC発振回路の動作原理
 - LC共振回路の電力損失を増幅回路で補う
 - コルピッツ
- LC発振回路の発振条件
 - LC共振回路の共振周波数で決定される
 - 反転増幅、差動増幅の場合、 $C1 = C2$ のとき、電力条件を満足するために、 $A > 1$ が必要
 - 非反転増幅の場合、 $C1 = C2$ のとき、電力条件を満足するために、 $A > 1/2$ が必要
 - 実際には、LCの電力損失(主にLの配線抵抗)があるため、1倍以上の電圧利得が必要となる

基準信号発振器

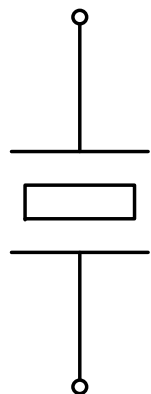
11.6 水晶発振回路

水晶振動子(Quartz crystal unit)

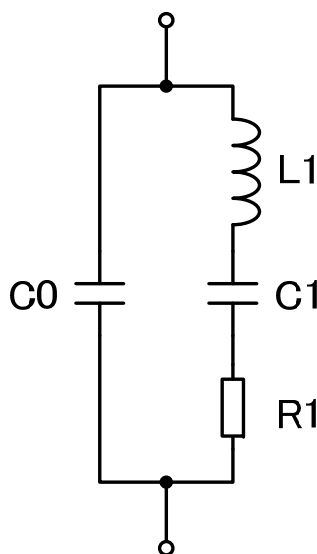
高精度で安定性の良い基準信号周波数を発生させることができる。水晶の圧電効果により特定周波数で共振が起こることを利用。他の応用としてはジャイロセンサなどがある。



外観



Symbol



等価回路

水晶振動子は2つの共振周波数を持つ

直列共振 $f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1C1}}$

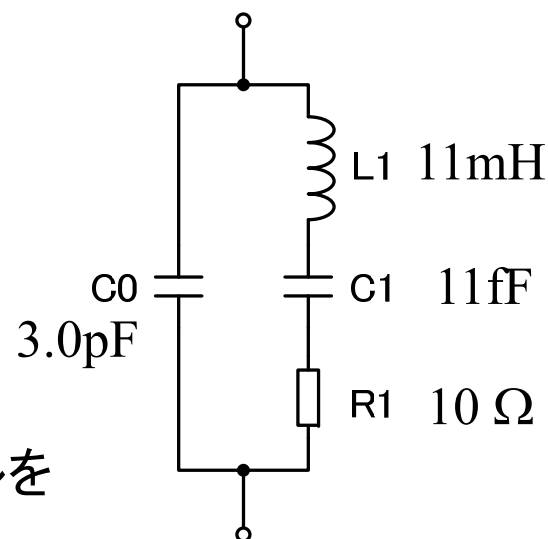
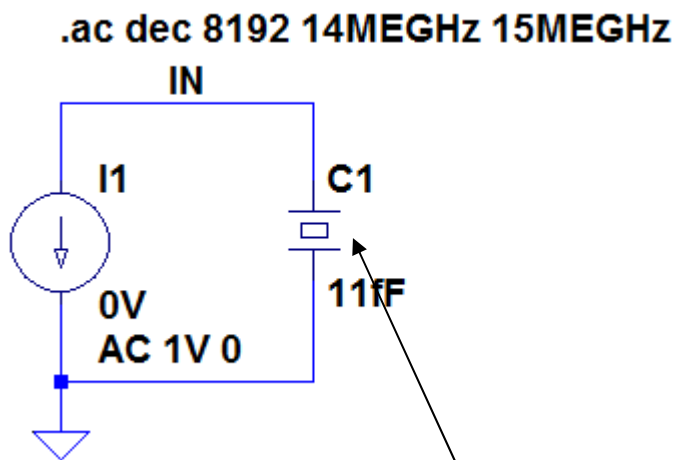
並列共振 $f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L1\frac{C0C1}{C0+C1}}}$

水晶振動子のQ
はLC回路に比べて非常に大きい
(L1/R1が大きい)

$$Q = \frac{2\pi L1}{R1} f_s$$

水晶振動子の等価回路パラメータ

14MHz 水晶振動子のパラメータ例



Component - [Misc] - xtal のシンボルを使用 → 右クリックで下記の値を入力

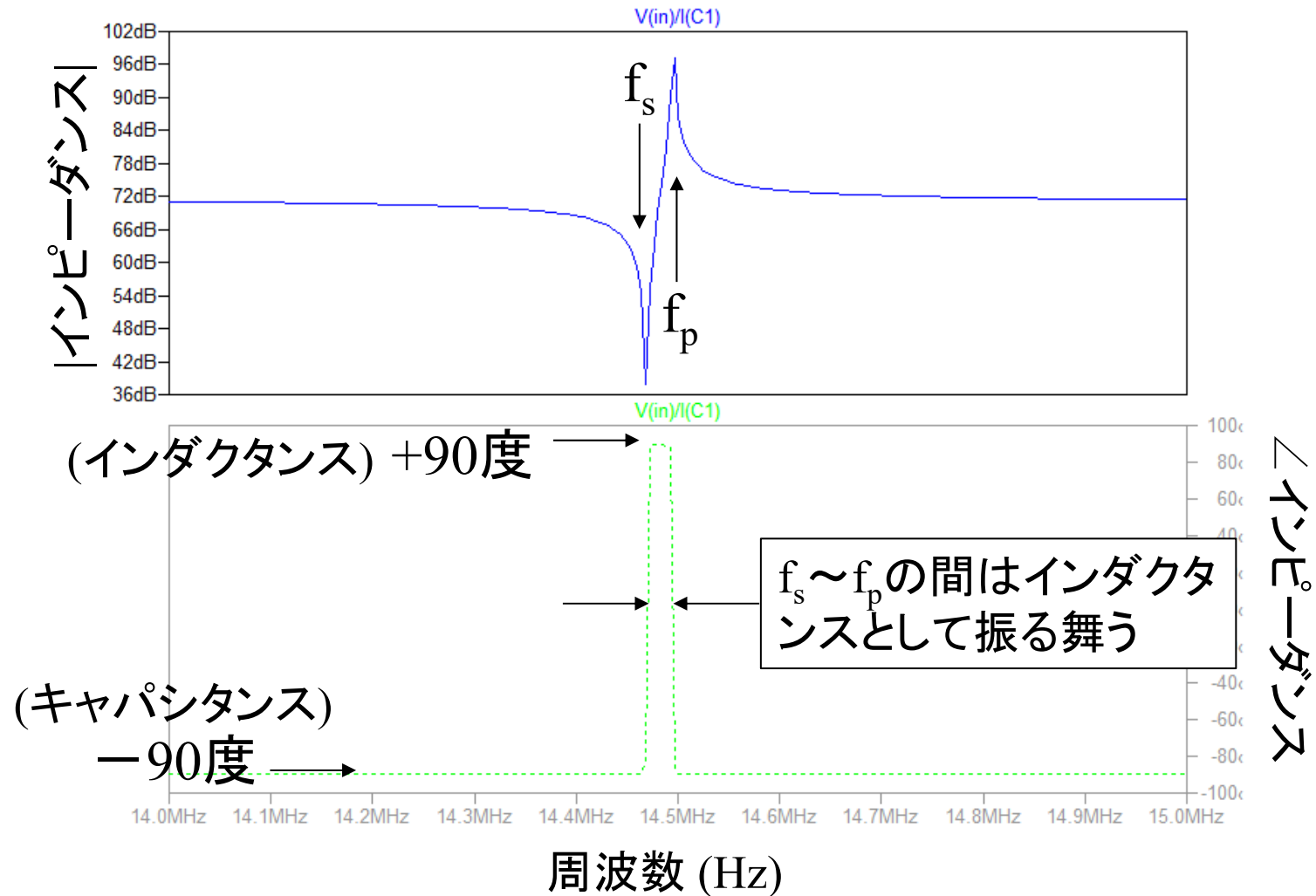
Capacitance = 11fF (C1に相当)

Equiv. Series Resistance = 10 (R1に相当)

Equiv. Series Inductance = 11mH (L1に相当)

Equiv. Parallel Capacitance = 3.0pF (C0に相当)

水晶振動子の周波数特性



振動子の種類

| 分類 | 誤差 | 特長 |
|--------------------------------|------------------------|---|
| MEMS振動子(シリコン振動子) | 10^{-3} | 数GHz, LSI内に集積化 |
| セラミック振動子 | 10^{-3} | 200kHz~数100MHz, 圧電セラミック使用, 安価 |
| 水晶振動子 水晶発振器(発振回路込みのモジュール) | $10^{-5} \sim 10^{-6}$ | 数10kHz~数100MHz, 非常に高精度な周波数. 水晶を使用, 高価 |
| SPXO (Simple packaged) | 10^{-5} | |
| TCXO (Temperature compensated) | 10^{-6} | |
| OCXO (Oven controlled) | 10^{-9} | |

オーディオ用

22.5792MHz (44.1kHz × 512倍)

5.644MHz (44.1kHz × 128倍)

RTC(Real-time clock)用

32.768kHz (= 2^{15} Hz)

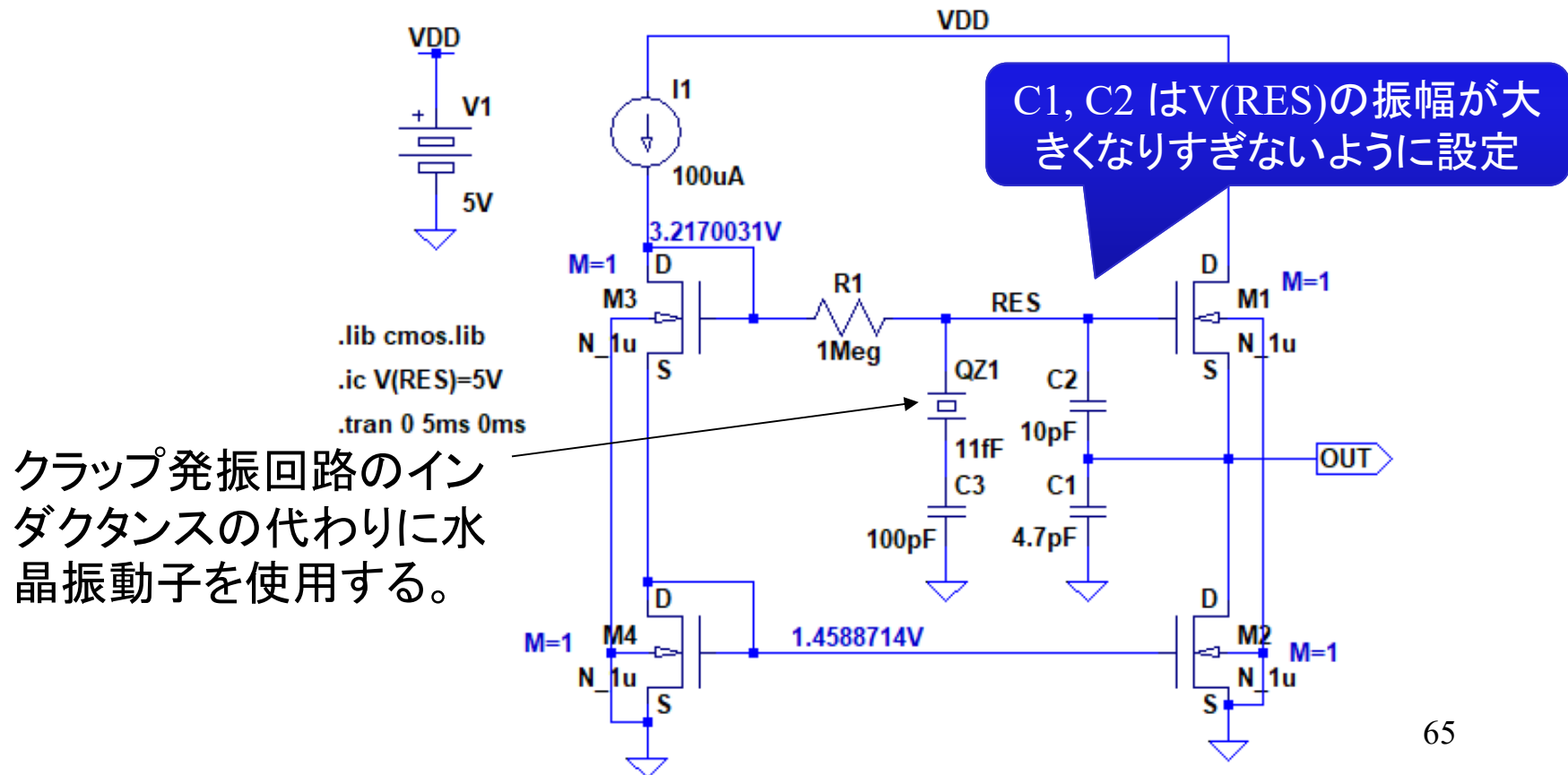


5mm
└───┘

水晶発振器外観

水晶発振回路(Crystal Oscillator)

水晶振動子は狭い周波数範囲で値の大きなインダクタンスとして働くため、正確な周波数で発振が可能。



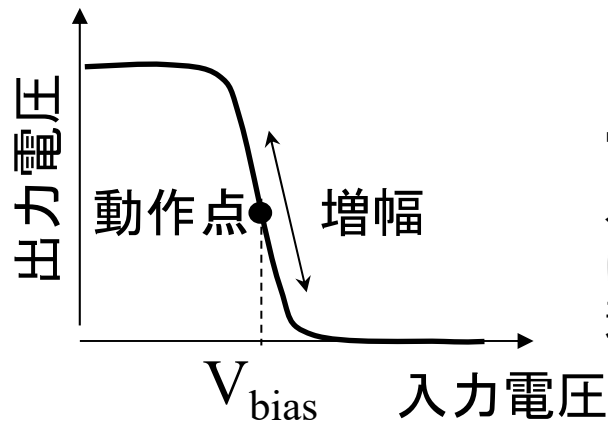
課題11.5

1. 前スライドの水晶発振回路について、0ms～10msおよび8ms～10msの時間範囲でシミュレーションを行い、INとOUTの波形をレポートに貼り付けよ
 - 注意：水晶発振回路は、振幅が成長するまでに長い時間がかかる。定常状態になるまで気長に待とう
2. 8ms～10msのシミュレーションで得られた出力波形の発振周波数と振幅を求めよ
 - 注意：水晶振動子は、品番毎に公称周波数が決まっているが、C1, C2, C3によっても少し変化するので、正確な周波数を出力するためには微調整が必要である

(参考) 基準クロック

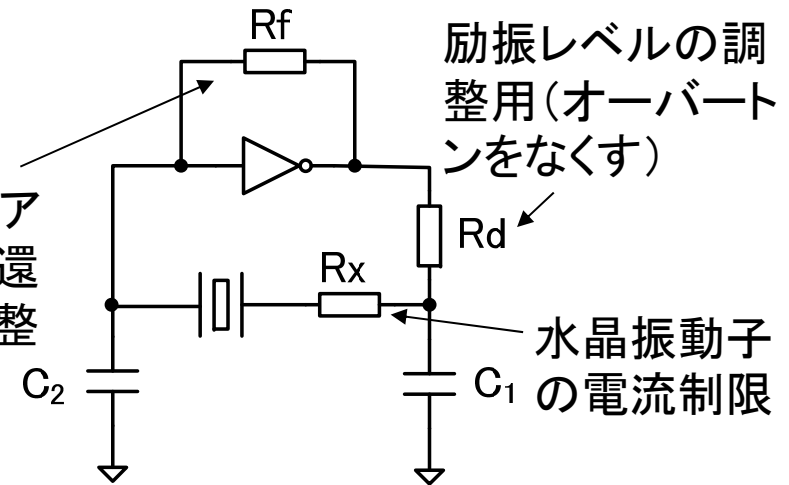
デジタル回路の同期に必要なクロックジェネレータは、水晶振動子とNOTゲートまたはNANDゲートで構成されることが多い。

インバータは、入力端子にバイアス電圧を与えれば反転増幅回路の特性を持つ。



電圧帰還バイアスおよび負帰還による利得調整兼バイアス。

水晶振動子をインダクタとするコルピッツ発振回路(逆相)。



11.6節のまとめ

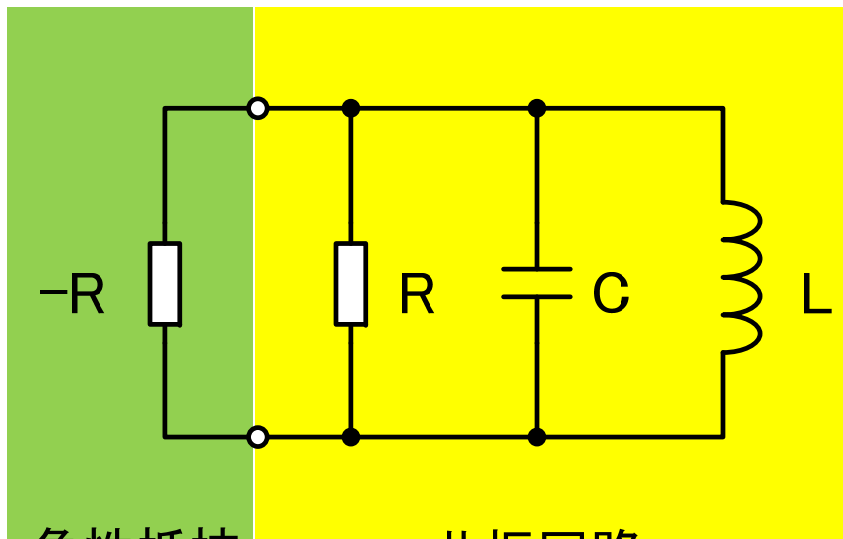
- 水晶発振回路
 - 周波数が正確な基準信号の発生に使用される。
 - コルピッツ発振回路(またはクラップ発振回路)のインダクタを水晶振動子に置き換える。
 - 水晶振動子の Q は非常に大きいため、発振周波数が高精度。

負性抵抗による発振の考え方

11.7 発振の安定性

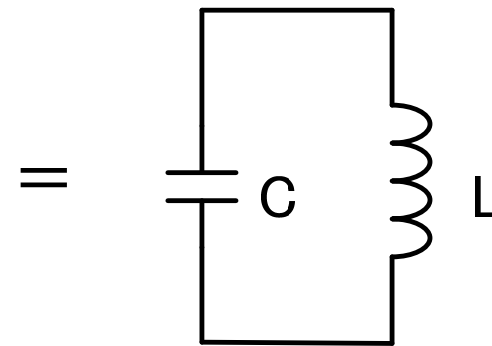
負性抵抗による発振の考え方

発振回路は、正帰還により振動を繰り返すと考えることもできるが、共振回路に負性抵抗を挿入し、正の抵抗を打ち消しているという考え方もある。Rは、配線抵抗やトランジスタの抵抗などを表し、有効電力を消費して振動を減衰させる。-Rは、Rで消費された電力を補うための負性抵抗を表す。



負性抵抗
(発振回路)

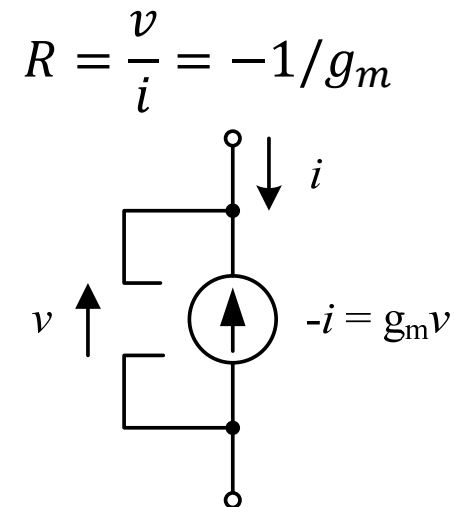
共振回路



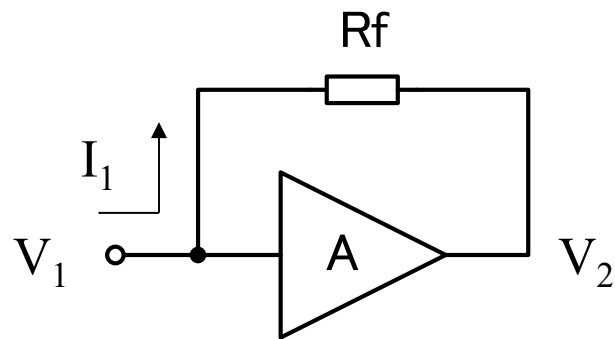
減衰のない完全な共振回路
(振動が減衰しない)

負性抵抗の実現方法

1. 負の相互コンダクタンスを持つ電圧制御電流源回路
2. 微分負性抵抗を持つ半導体デバイス
 - 量子力学的効果を利用(マイクロ波～テラヘルツ波)
 - Gunnダイオード(電子の有効質量が電流により変化)
 - 共鳴トンネルダイオード(量子力学的トンネリング確率が電圧により変化)
 - 物質の相転移を利用
 - 金属-絶縁体転移
 - アモルファス-結晶転移
 - 半導体素子内部の正帰還を利用
 - サイリスタ(pnpn接合)など



電子回路による負性抵抗の例



負性抵抗 $-R$ に電圧を加えると、消費電力が負になる。消費電力が負とは、電力が発生することに相当する。
電圧を加えると、電流が逆流するように正帰還のかかった回路は、負性抵抗と見なせる。

増幅回路の入カインピーダンスが非常に大きいと仮定すると

$$\begin{cases} V_2 = AV_1 \\ V_1 - V_2 = RfI_1 \end{cases}$$

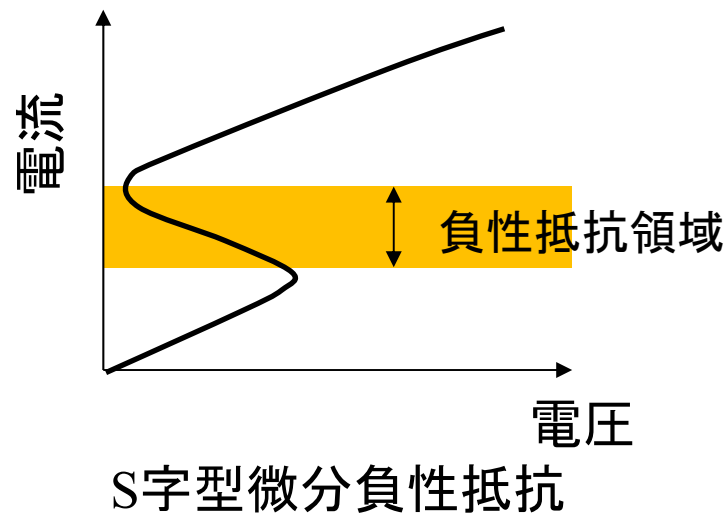
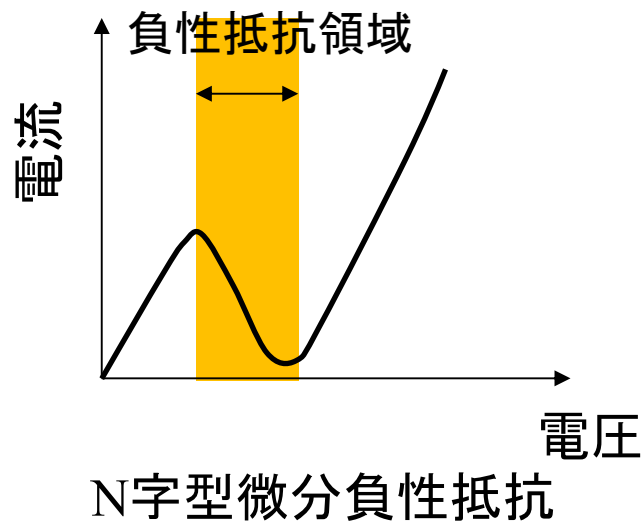
$$V_1 - AV_1 = RfI_1$$

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = -\frac{Rf}{A-1}$$

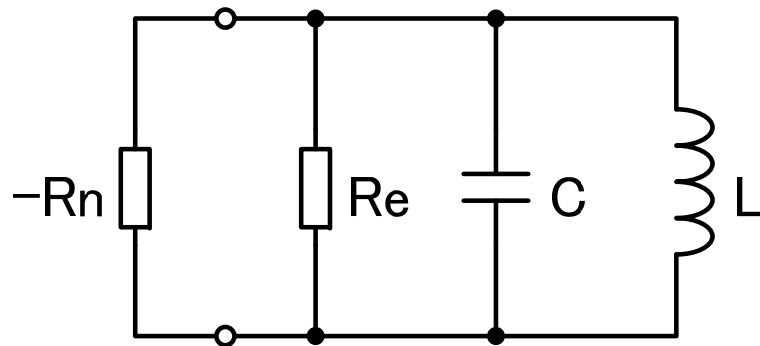
$A > 1$ のとき $Z_{in} < 0$ となる

微分負性抵抗の例

半導体デバイスの中にも負性抵抗を持つものがあるが、電力供給無しに、負性抵抗を作ることは、エネルギーを無限に発生させることになる。従って、I-V特性の第2、第4象限の負性抵抗(真の負性抵抗)を実現することはできない。負性抵抗を持つ半導体デバイスでは、第1、第3象限の中でバイアスを印加して、微分負性抵抗(傾きが負の部分)を利用している。



発振余裕度（発振の安定性）



負性抵抗の考え方は、発振の安定性を評価する場合にも使われる。

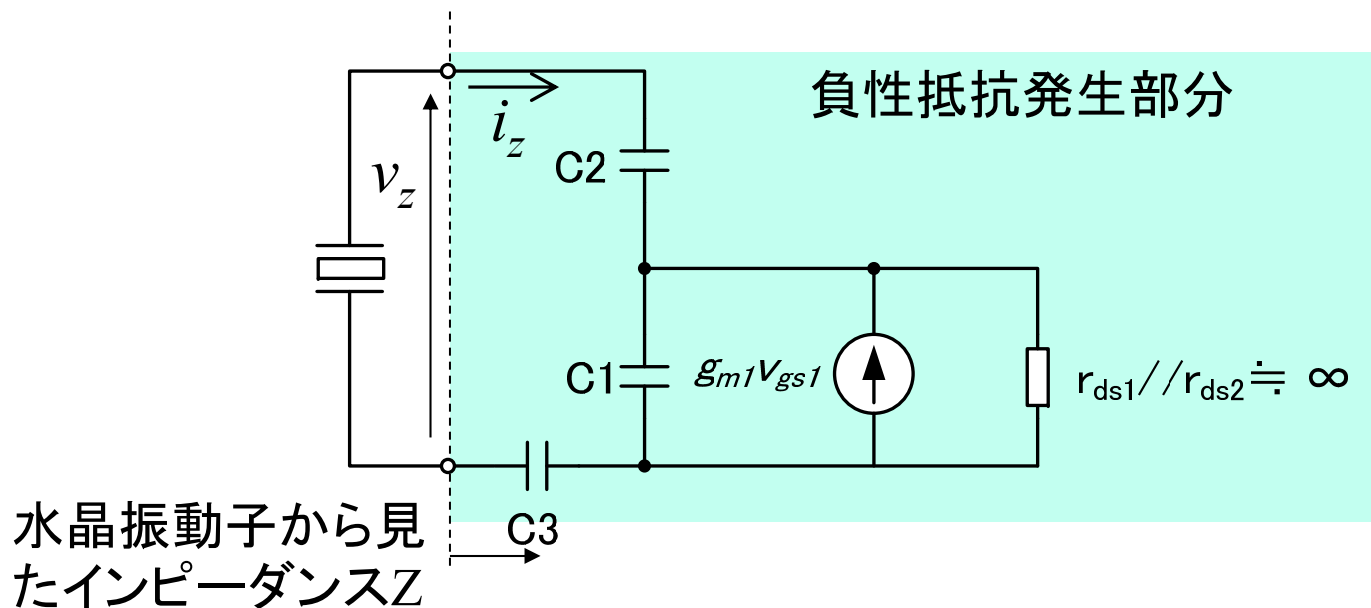
- 負性抵抗 $-R_n$
- 共振回路の実効抵抗 R_e
(R_e は有効電力を消費するインピーダンスの実数成分)

発振余裕度 $M_{OSC} = \frac{R_n}{R_e} \geq 1$ のとき発振が持続する

(実際には余裕を設けて、 $M_{OSC} = 5 \sim 10$ 以上にする)

発振余裕度が小さいと、素子の特性ばらつきや温度変化により、発振が止まるため、実用回路を作る際には確認が必要。

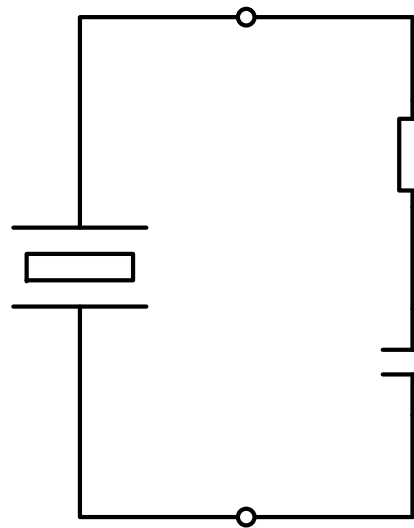
水晶発振回路の負性抵抗1



$$\begin{cases} v_z = \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} \right) i_z + \frac{1}{j\omega C1} g_{m1} v_{gs} \\ v_{gs} = \frac{1}{j\omega C2} i_z \end{cases}$$

$$Z = \frac{v_z}{i_z} = \frac{-g_{m1}}{\omega^2 C1 C2} + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \frac{1}{C3} \right) \equiv -R_n + \frac{1}{j\omega C_L}$$

水晶発振回路の負性抵抗2



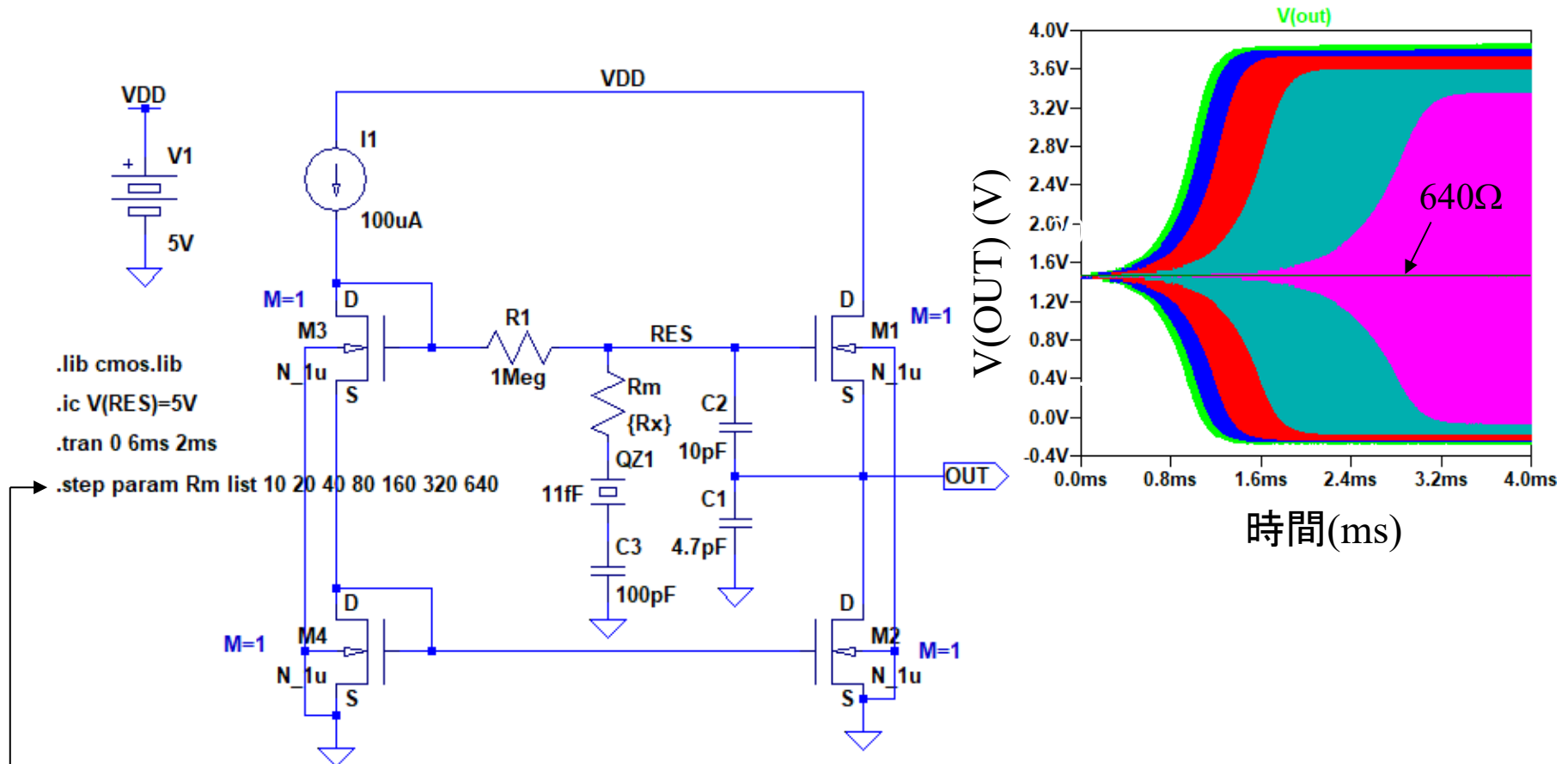
$$-R_n = \frac{-g_{m1}}{\omega^2 C_1 C_2}$$

$$C_L = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$$

R_n の正確な計算は難しいので、次ページのように回路シミュレーションで求める。

負性抵抗により表した等価回路

負性抵抗の測定方法



発振が起こらなくなるRmの値を求める(この例ではRm=640Ω)

$$|R_n| = R_m + R_e \quad (R_e \text{は水晶振動子の抵抗成分})$$

発振余裕度の計算

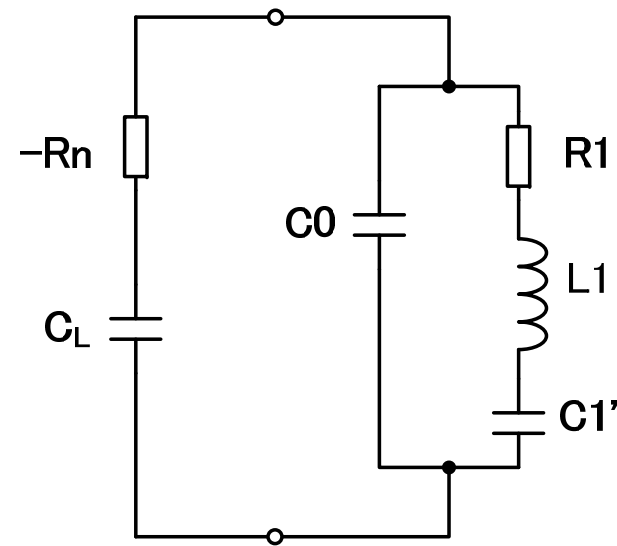
R_e は、共振回路内の抵抗成分に相当。ただし、 C_L の影響で、直列共振時($L1, C1'$ が共振)の全消費電力は、 C_L がない場合に比べて大きくなる。この場合の R_e は下記のように求められる。

$$R_e = R1 \left(1 + \frac{C0}{C_L} \right)^2 = 10 \left(1 + \frac{3.0pF}{3.1pF} \right)^2 \Omega$$

$$R_s = 640 \Omega$$

$$R_n = R_s + R_e = 679 \Omega$$

$$M_{osc} = \frac{R_n}{R_e} = 17.5$$



もし、発振余裕度が不足しているようなら、 C_L (C_1, C_2)を小さくする。

11.7節のまとめ

- 負性抵抗
 - LC発振回路は、負性抵抗により共振回路の電力損失を補償していると考えることができる
 - LC発振回路、水晶発振回路の発振安定性は、発振余裕度で評価される
- 発振余裕度
 - 発振余裕度が小さいと、温度変化や部品の製造ばらつきによって発振しない場合がある
 - 発振余裕度を求めるためには、使用する共振器の等価回路モデルが必要となる