

第10章 フィードバックと位相補償

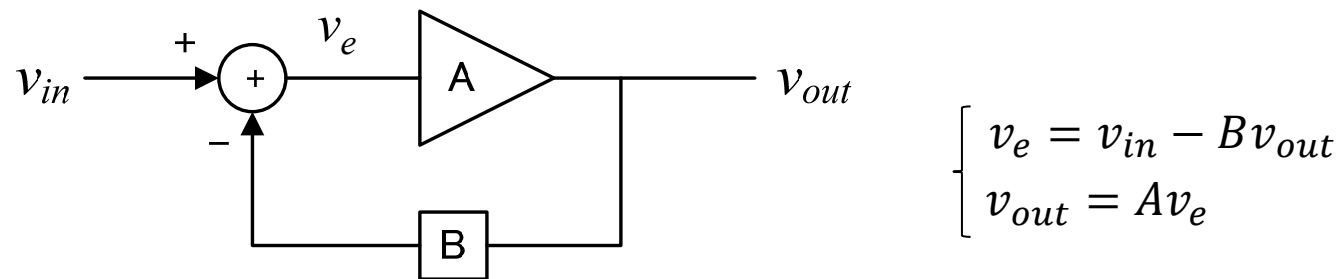
増幅回路を部品として使用する

フィードバックによる回路性能の改善

10.1 フィードバックの効果

交流信号に対するフィードバック

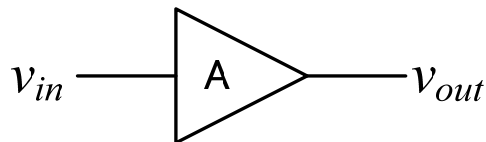
第6章では、動作点を安定化するためフィードバックの手法を用いたが、交流信号に対して適用することにより、増幅回路の性能が改善できる。



$$v_{out} = \frac{A}{1 + AB} v_{in} = \frac{1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \frac{1}{B} v_{in}$$

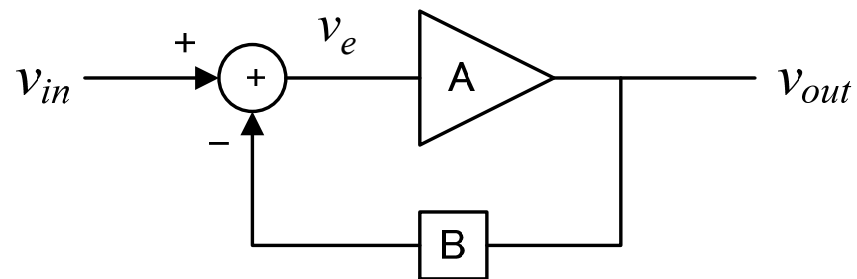
Aが十分大きければ、全体の利得 v_{out}/v_{in} がBにより決定される。Bは v_{out} を減衰させてフィードバック量を調整するための回路なので、抵抗などの安定な受動素子で作れる。

オープンループ利得とクローズド ループ利得



$$G_{open} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = A$$

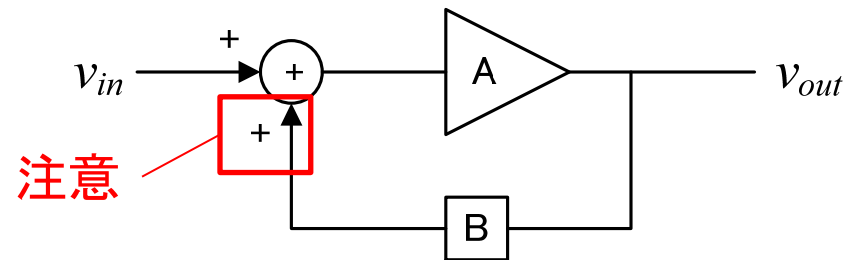
フィードバックしていないときの利得は、**オープンループ利得** (Open loop gain) と呼ばれる。



$$G_{close} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{1 + AB}$$

フィードバックしているときの利得は、**クローズドループ利得** (Closed loop gain) と呼ばれる。

正帰還と負帰還

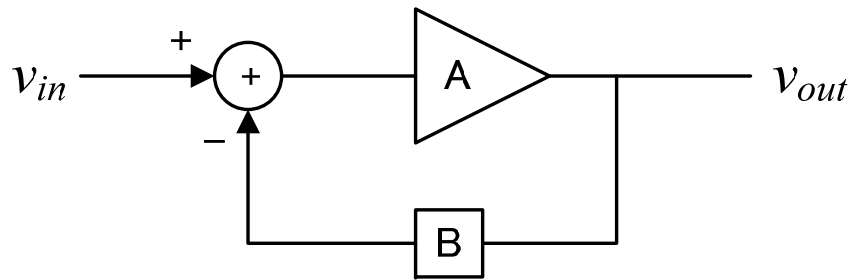


ABの値は、信号がフィードバックを一周する間の利得に相当するため**ループ利得(Loop gain)**と呼ばれる。

- $AB > 0$ (**正帰還, Positive feedback, PFB**)
 - 双安定性(メモリ、基準電圧), 発振, ブートストラップなどに利用
- $AB < 0$ (**負帰還, Negative feedback, NFB**)
 - 回路の安定化、特性改善、伝達関数の設計などに利用

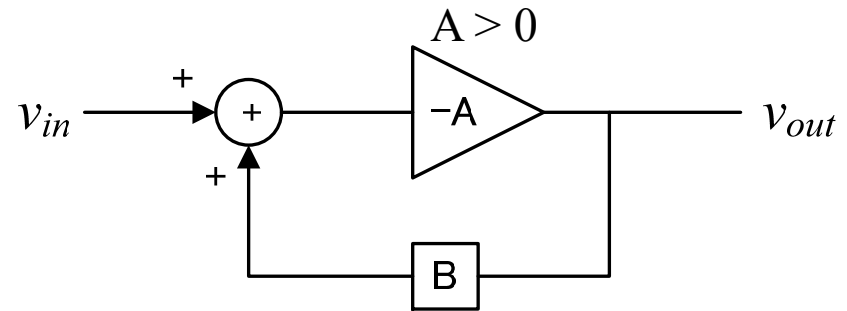
2種類のNFB

反転増幅回路のNFB



$$v_{out} = \frac{A}{1 + AB} v_{in} = \frac{1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} \frac{1}{B} v_{in}$$

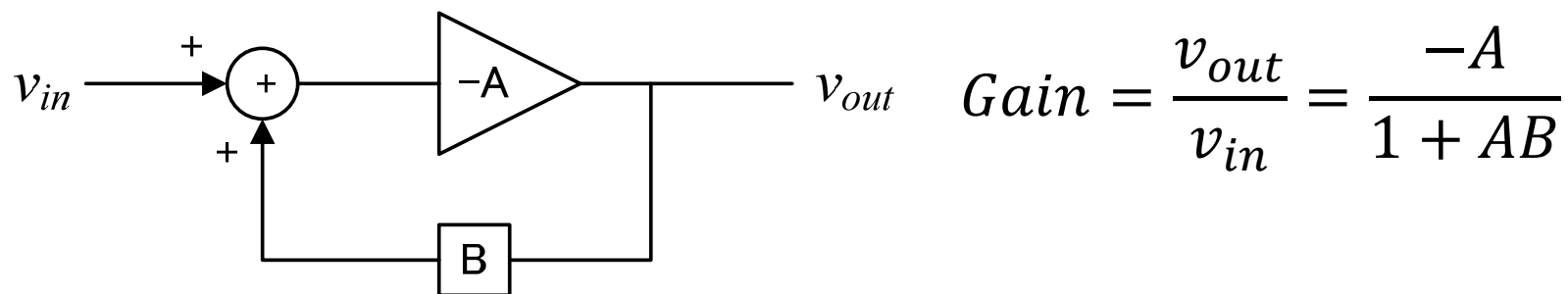
非反転増幅回路のNFB



$$v_{out} = \frac{-A}{1 + AB} v_{in} = \frac{-1}{\frac{1}{A} + B} v_{in} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} -\frac{1}{B} v_{in}$$

トランジスタを用いればBを負(反転出力)にする構成も考えられるが、ここでは、Aのみにトランジスタを用いる場合を考える。

NFBによる回路の安定化



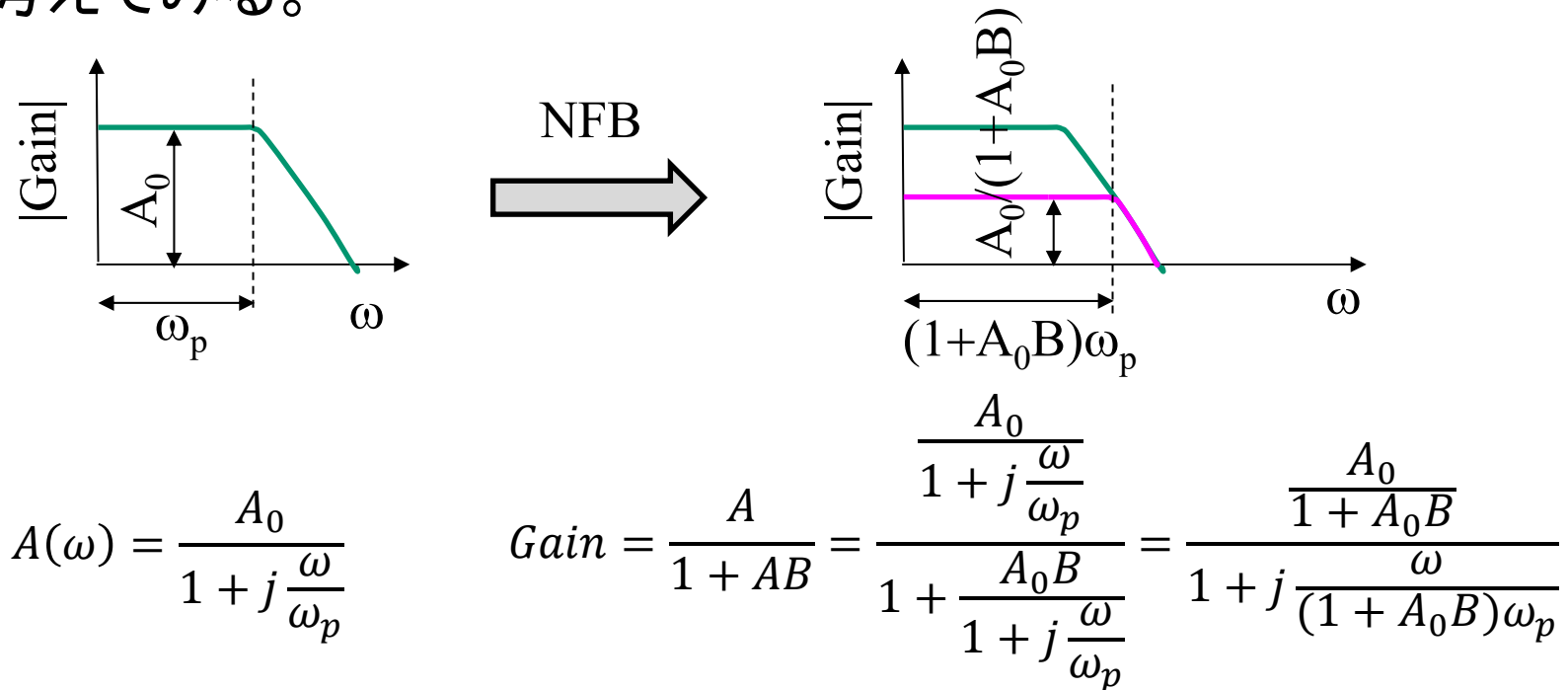
Aの変動に対する安定指数

$$S_A = \frac{\partial Gain}{\partial A} = \frac{-1}{(1 + AB)^2} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} 0$$

増幅回路利得Aが大きければ、全体利得Gainは、Aと関係のない値になり、Aの変動の影響がなくなる。Aの利得が十分に大きければ、どのような値でもかまわない。

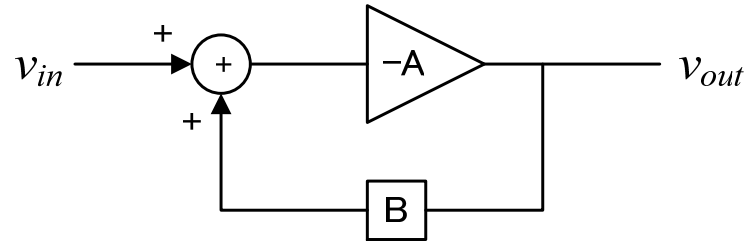
NFBによる周波数特性の改善

ここでは、計算の容易化のため、高域遮断周波数のみ考えてみる。

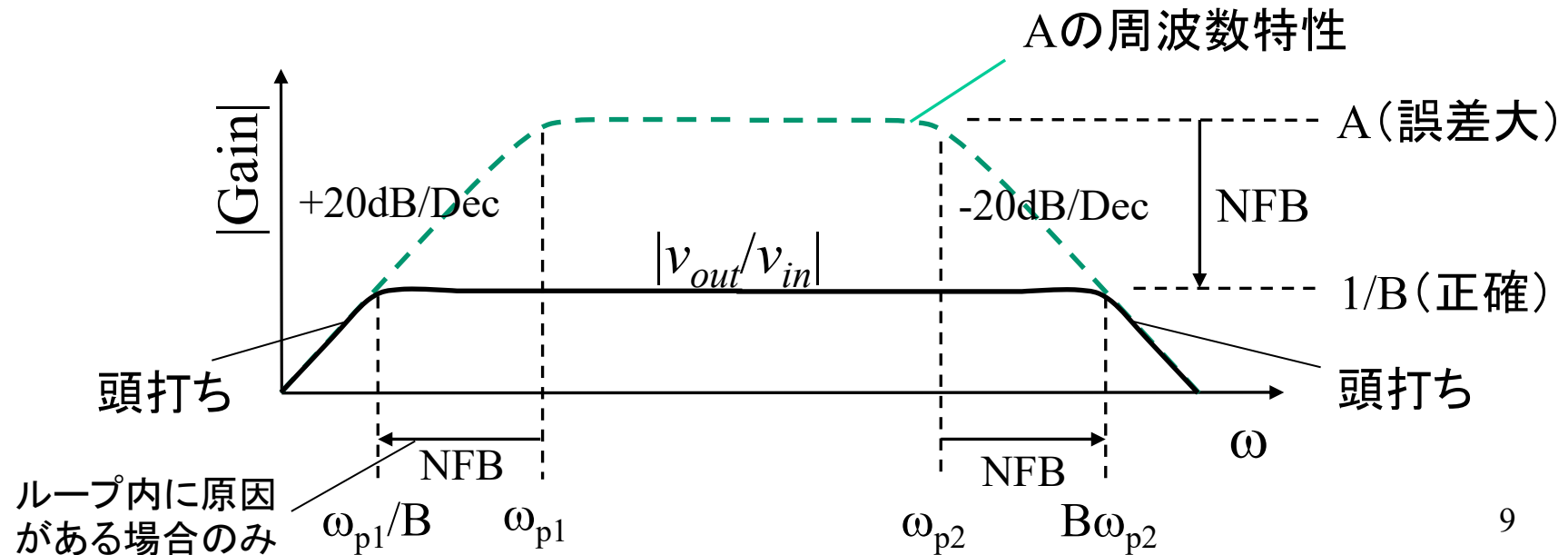


- 利得は、 $1/(1+A_0B)$ 倍、高域遮断周波数は、 $(1+A_0B)$ 倍
- (参考) 低域遮断周波数は $1/(1+A_0B)$ 倍

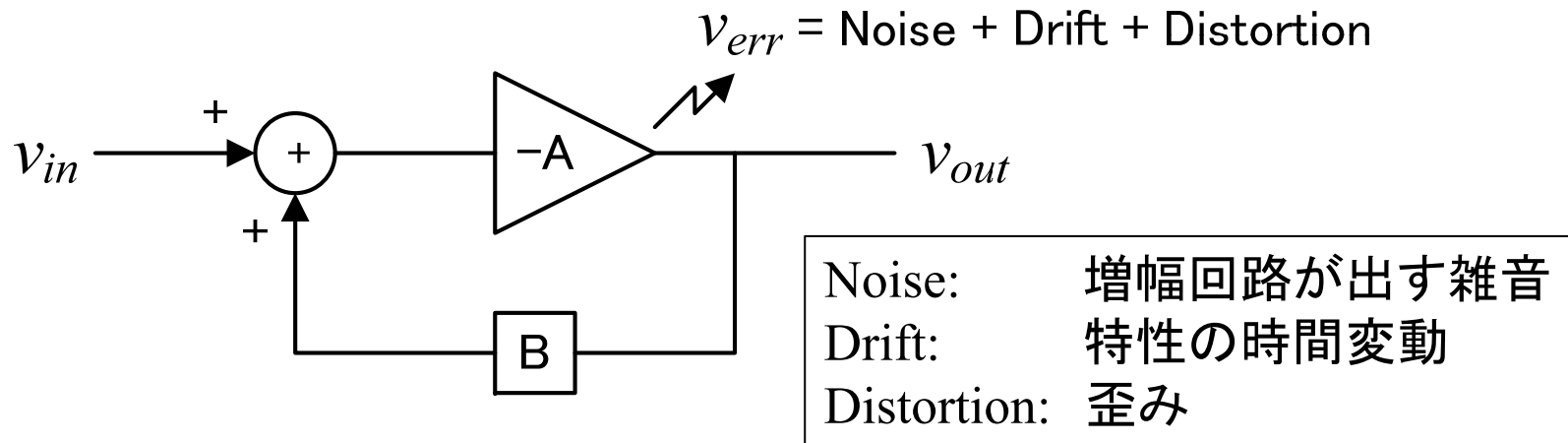
NFBによる周波数特性の変化



NFBにより周波数帯域を広げることができるが、増幅回路の利得Aの周波数特性の上に行くことはできない。



NFBによる誤差出力の削減



$$\begin{aligned} v_{out} &= \frac{-A}{1+AB} v_{in} + \frac{1}{1+AB} v_{err} \\ &= \frac{-A}{1+AB} v_{in} + \frac{1}{1+AB} v_{err} \xrightarrow{A \rightarrow \infty} -\frac{1}{B} v_{in} \quad (v_{err} \text{が消滅}) \end{aligned}$$

Aが十分大きければ、増幅回路が発生した雑音、ドリフト、歪みなどの誤差(v_{err})の出力を削減することができる。ただし、増幅する前に発生した誤差の出力は削減できない。

(重要) 利得誤差(Gain error)

実際の増幅回路は、利得が無大ではないので、利得誤差(Gain error)が発生する。利得誤差により、信号処理の精度が下がる(回路設計とのずれが生じる)。

$v_{err} = 0$ のとき、

$$\begin{cases} G_i = -\frac{1}{B} & \text{設計値} \\ G_r = -\frac{A}{1+AB} & \text{実際の利得} \end{cases}$$

(数値例)

$G_i = 10\text{dB}$, $A = 130\text{dB}$ のとき、
誤差率は、 $-120\text{dB} = 10^{-6} = 0.0001\%$

利得誤差率 $R_{error} = \frac{G_r - G_i}{G_i} = \frac{-1}{1+AB} \cong \frac{-1}{AB} = \frac{G_i}{A} = G_i(\text{dB}) - A(\text{dB})$

Aが大きいほど、誤差率が小さくなる。

GBPと信号処理精度の関係

第9章の結果から、 $A = |Gain| = \frac{GBP}{f}$

$$R_{error} = \frac{G_r - G_i}{G_i} = \frac{G_i}{A} = \frac{G_i f}{GBP}$$

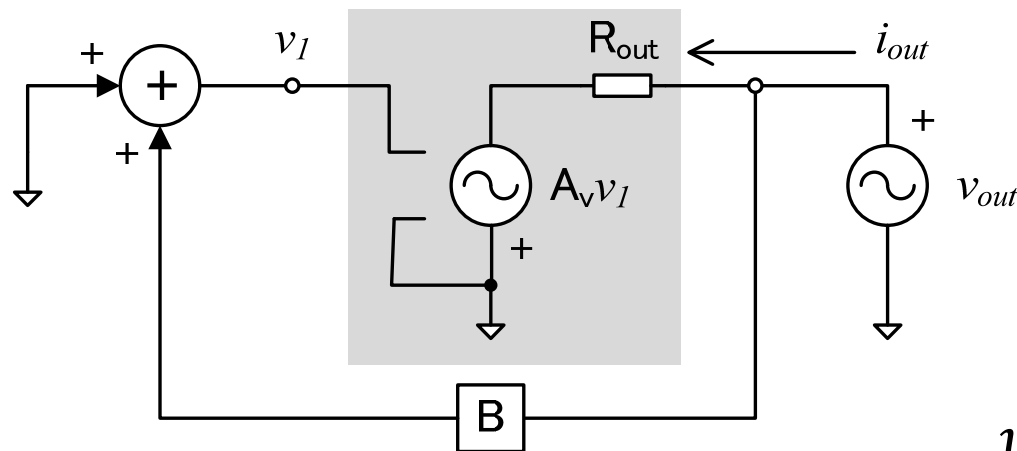
高域遮断周波数より高周波で、

- 誤差率は、周波数 f に比例して大きくなる
- 誤差率は、GBPに反比例して小さくなる

GBPが信号処理回路の精度を決定している

(参考) 高域遮断周波数および電圧利得はNFBにより変更できるが、GBPはNFBで変更できないため、GBPは増幅回路の本質的な性能を表している。

電圧フィードバックによる出力インピーダンス制御



出力インピーダンス測定回路

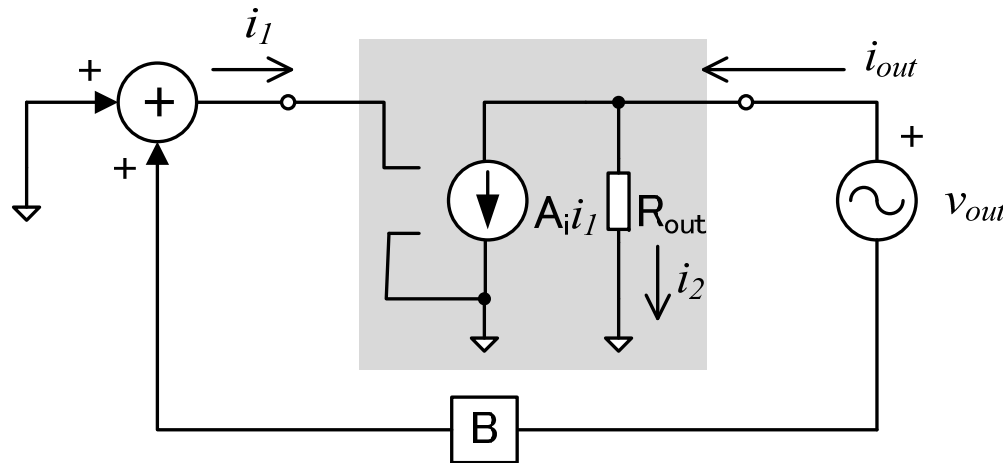
$$\begin{cases} v_1 = -Bv_{out} & (\text{電圧帰還}) \\ v_{out} - A_V v_1 = R_{out} i_{out} \end{cases}$$

$$v_{out} + A_V B v_{out} = R_{out} i_{out}$$

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = \frac{R_{out}}{1 + A_V B}$$

出力インピーダンスは $1/(1+A_V B)$ 倍に下がる。

電流フィードバックによる出力インピーダンス制御



出力インピーダンス測定回路

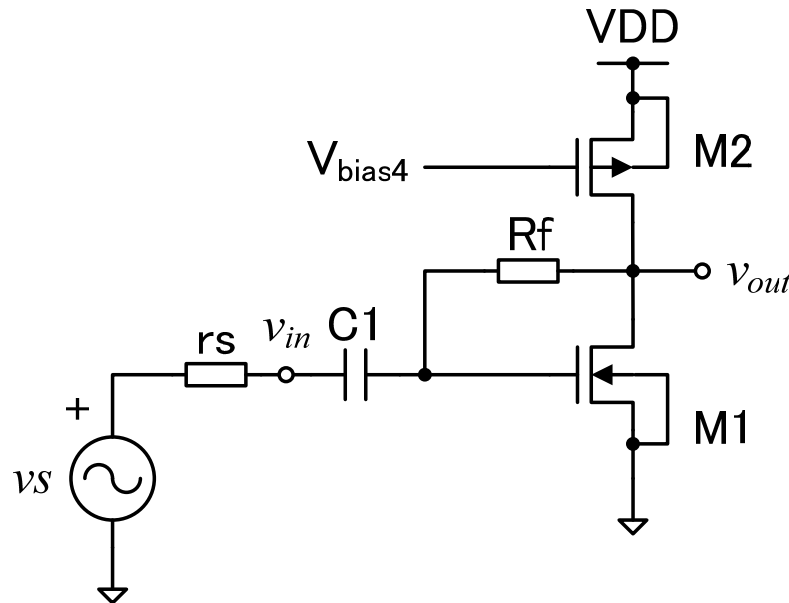
$$\begin{cases} i_1 = -B i_{out} & (\text{電流帰還}) \\ i_2 = \frac{v_{out}}{R_{out}} \\ i_{out} = i_2 + A_i i_1 \end{cases}$$

$$Z_{out} = \frac{v_{out}}{i_{out}} = R_{out}(1 + A_i B)$$

出力インピーダンスは $(1 + A_i B)$ 倍に上がる。

(参考) 同様の考え方で、入力インピーダンスを制御することもできる。

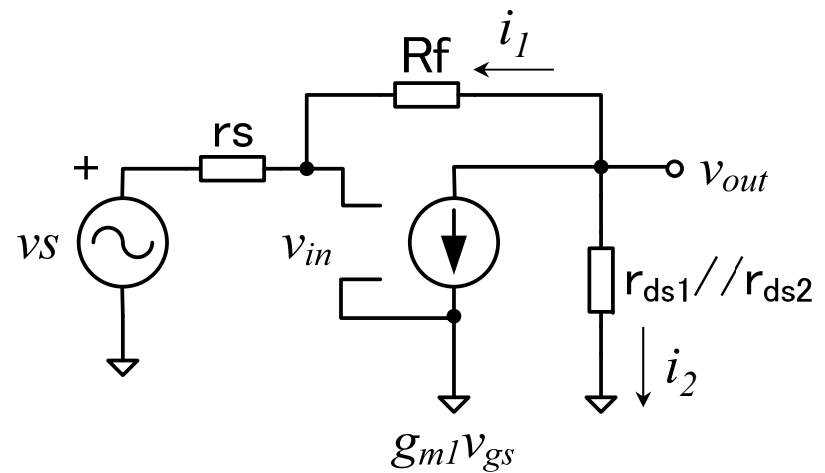
ソース接地増幅回路のNFB



$$\begin{cases} v_{out} - v_{in} = R_f \cdot i_1 \\ v_{out} = (r_{ds1} // r_{ds2}) i_2 \\ -i_1 - i_2 - g_{m1} v_{in} = 0 \end{cases}$$

$$A = g_{m1}(r_{ds1} // r_{ds2}) \quad B = \frac{1}{g_{m1} R_f}$$

小信号等価回路



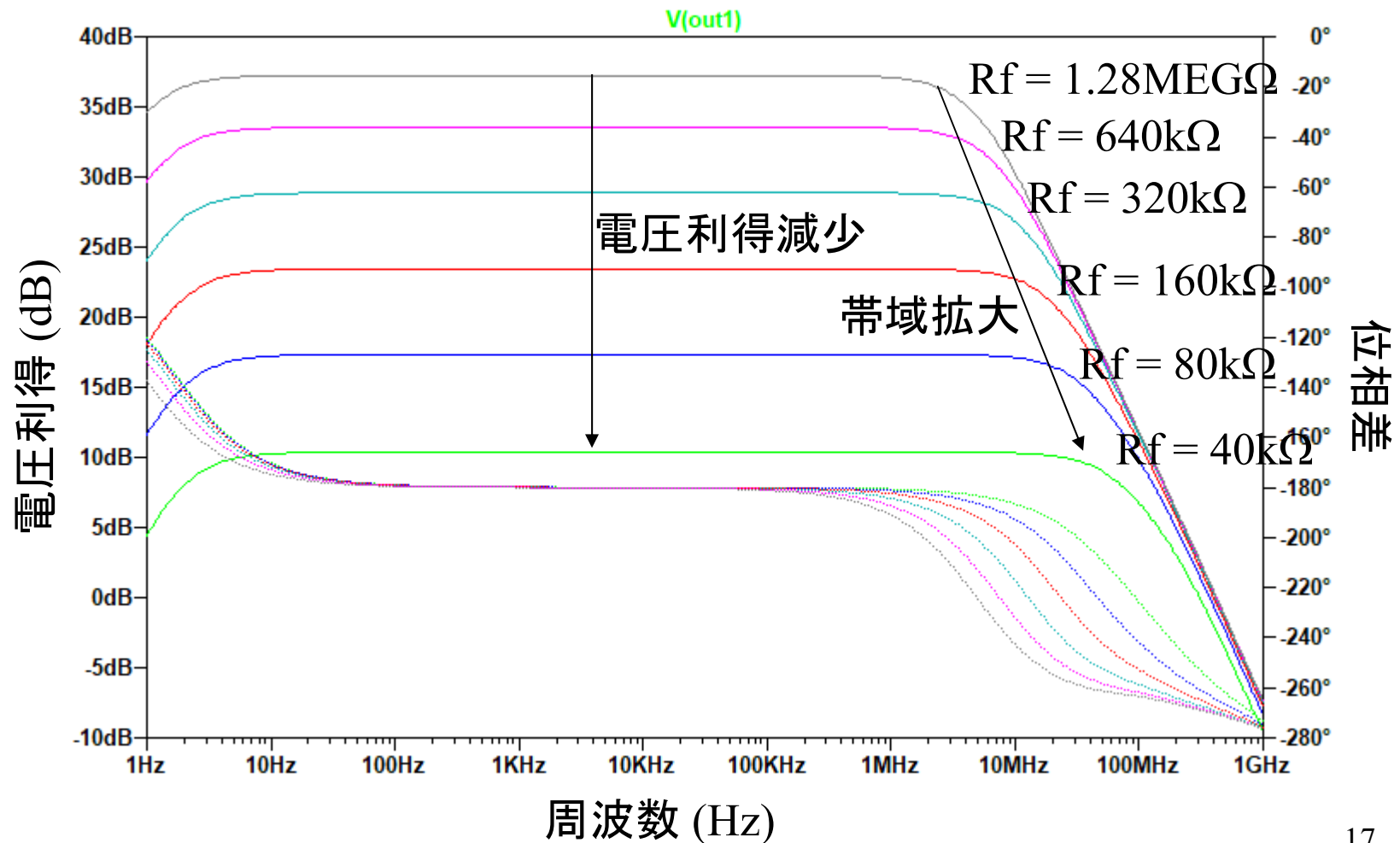
$$\begin{aligned} \text{Gain} = \frac{v_{out}}{v_{in}} &= \frac{-g_{m1} \left(1 - \frac{1}{g_{m1} R_f}\right)}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{ds1} // r_{ds2}}} \\ &= \frac{-g_{m1} (r_{ds1} // r_{ds2}) \left(1 - \frac{1}{g_{m1} R_f}\right)}{1 + g_{m1} (r_{ds1} // r_{ds2}) \frac{1}{g_{m1} R_f}} \\ &\approx \frac{-g_{m1} (r_{ds1} // r_{ds2})}{1 + g_{m1} (r_{ds1} // r_{ds2}) \frac{1}{g_{m1} R_f}} = \frac{-A}{1 + AB} \end{aligned}$$

(クイズ)NFB増幅回路の設計

ソース接地増幅回路の電圧利得を-10倍にするためには、 R_f を何オームにすればよいか？

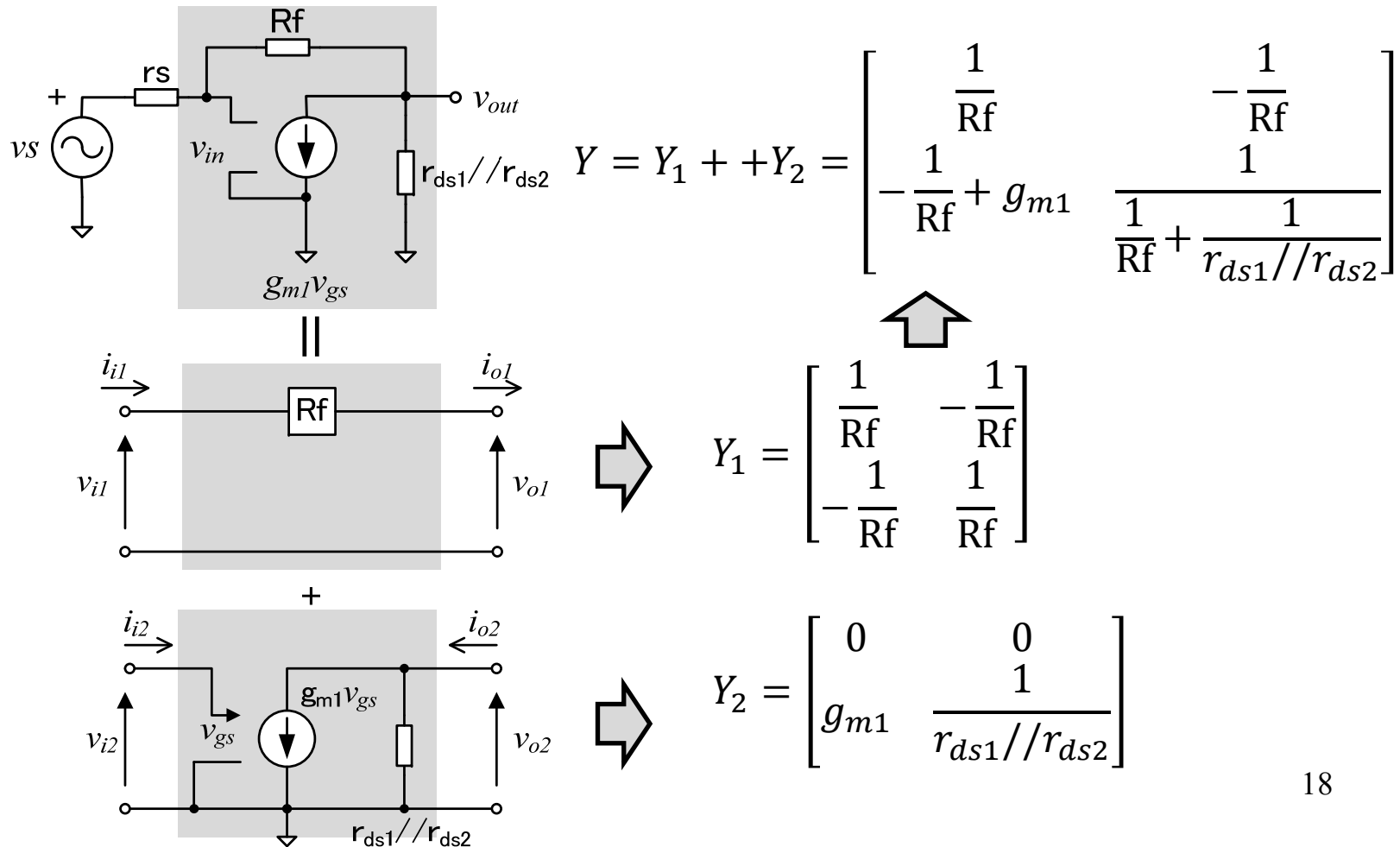
$I_D = 12\mu\text{A}$ とする。MOSFETの主要パラメータは、
 $\beta_n = 600\mu\text{A}/\text{V}^2$, $\lambda_n = 0.01\text{V}^{-1}$, $\lambda_p = 0.0125\text{V}^{-1}$ である。

NFB増幅回路の周波数特性



(参考) Y行列を用いた計算法1

電圧帰還回路を追加する場合はY行列を用いると計算が簡単になる。



(参考) Y行列を用いた計算法2

前スライドより、

$$\begin{bmatrix} i_{in} \\ i_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{i1} \\ i_{o1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{i2} \\ i_{o2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_f} & -\frac{1}{R_f} \\ -\frac{1}{R_f} + g_{m1} & \frac{1}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{ds1} // r_{ds2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in} \\ v_{out} \end{bmatrix}$$

出力端子開放の場合、

$$i_{out} = 0 = \left(-\frac{1}{R_f} + g_{m1} \right) v_{in} + \frac{1}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{ds1} // r_{ds2}}} v_{out}$$

$$\begin{aligned} \text{Gain} = \frac{v_{out}}{v_{in}} &= \frac{-\frac{1}{R_f} + g_{m1}}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{ds1} // r_{ds2}}} = \frac{-g_{m1}(r_{ds1} // r_{ds2}) \left(1 - \frac{1}{g_{m1} R_f} \right)}{1 + \frac{r_{ds1} // r_{ds2}}{R_f}} \\ &\approx \frac{-g_{m1}(r_{ds1} // r_{ds2})}{1 + g_{m1}(r_{ds1} // r_{ds2}) \frac{1}{g_{m1} R_f}} = \frac{-A}{1 + AB} \end{aligned}$$

課題10. 1 NFBの効果

1. 次スライドの回路についてAC解析を行い、 $R_F = 1\text{G}\Omega$ (NFBなし), $110\text{k}\Omega$ (NFBあり)の場合について、電圧増幅率と周波数帯域(BW)を求めよ
2. 同じ回路について過渡応答解析を行い、 $R_F = 1\text{G}\Omega$ (NFBなし), $110\text{k}\Omega$ (NFBあり)の波形をレポートに添付せよ
3. .fourコマンドを用いて、 $R_F = 1\text{G}\Omega$ (NFBなし), $110\text{k}\Omega$ (NFBあり)の場合の出力波形について、全高調波歪を算出せよ

評価項目	NFBなし	NFBあり	条件
電圧増幅率(dB)			最大値
帯域幅(MHz)			
全高調波歪(%)			入力周波数 = 1kHz 入力信号の振幅 = 10mV

課題10. 1の回路

```
.lib cmos.lib
```

```
.step param RF list 110k 1G
```

```
;ac dec 100 1mHz 1GHz
```

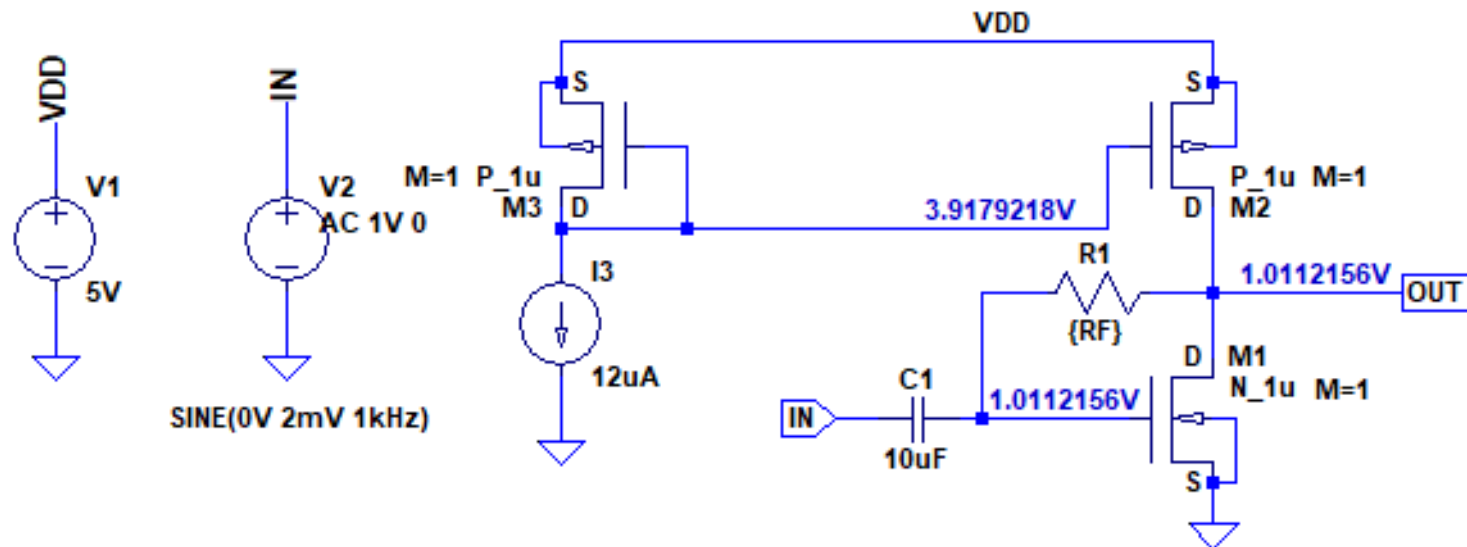
```
.tran 0 3ms 0ms 100n
```

```
.meas ac gain max mag(V(OUT))
```

```
.meas ac bw trig mag(V(OUT))=gain/sqrt(2) rise=1 targ mag(V(OUT))=gain/sqrt(2) fall=last
```

```
.options plotwinsize=0
```

```
.four 1k V(OUT)
```



歪みの評価法

回路シミュレータの .four コマンドを使用する(下記参照)。

```
.options plotwinsize=0  
.tran 0 3m 0 100n  
.four 1k V(OUT)
```

↑
入力周波数

↑
歪み測定する波形

シミュレーション結果データの圧縮をしない。
歪み率計算にはTransient解析が必要。計算ステップを十分細かくしないと正確に歪み率が計算できない(ここでは、100ns)。また、過渡応答を避けるため、Time to start saving data の設定が必要な場合もある(ここでは0sでよい)。

.four コマンドにより、9次までのフーリエ級数成分と全高調波歪 (THD = Total Harmonic Distortion) が算出される。

結果は、回路図をクリック→メニュー View - SPICE Error Log で見ることができる。

$$THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots}}{V_1}, \quad V_n : n\text{次のフーリエ係数}$$

10.1節のまとめ

- フィードバックによる回路特性や機能の変更
 - NFB(ループ利得が負)による周波数特性の改変
 - PFB(ループ利得が正)による発振などの入力に依存しない機能の実現
- NFBによる増幅回路の特性改善
 - 利得の任意設定と安定化
 - 歪み、雑音、ドリフトなどの出力を削減
 - 帯域幅の変更
 - 入出カインピーダンスの変更
- オープンループ利得が大きいほど、クローズドループ利得の誤差が小さい

フィードバック回路の安定化

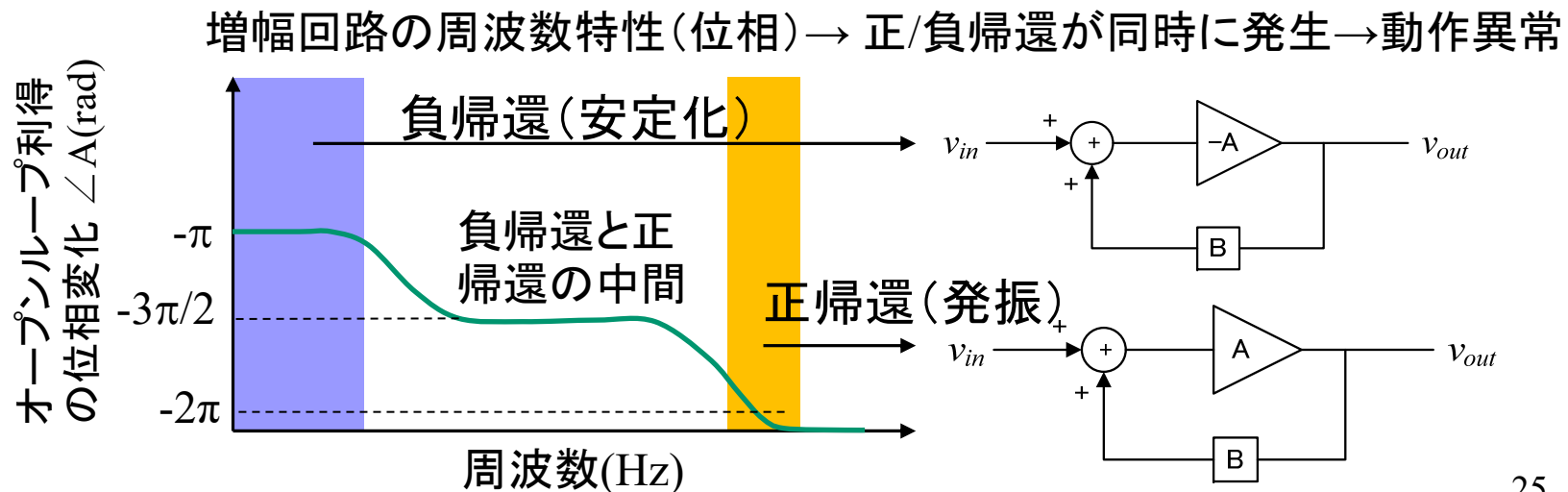
10.2 位相補償

周波数特性のある増幅回路の フィードバック

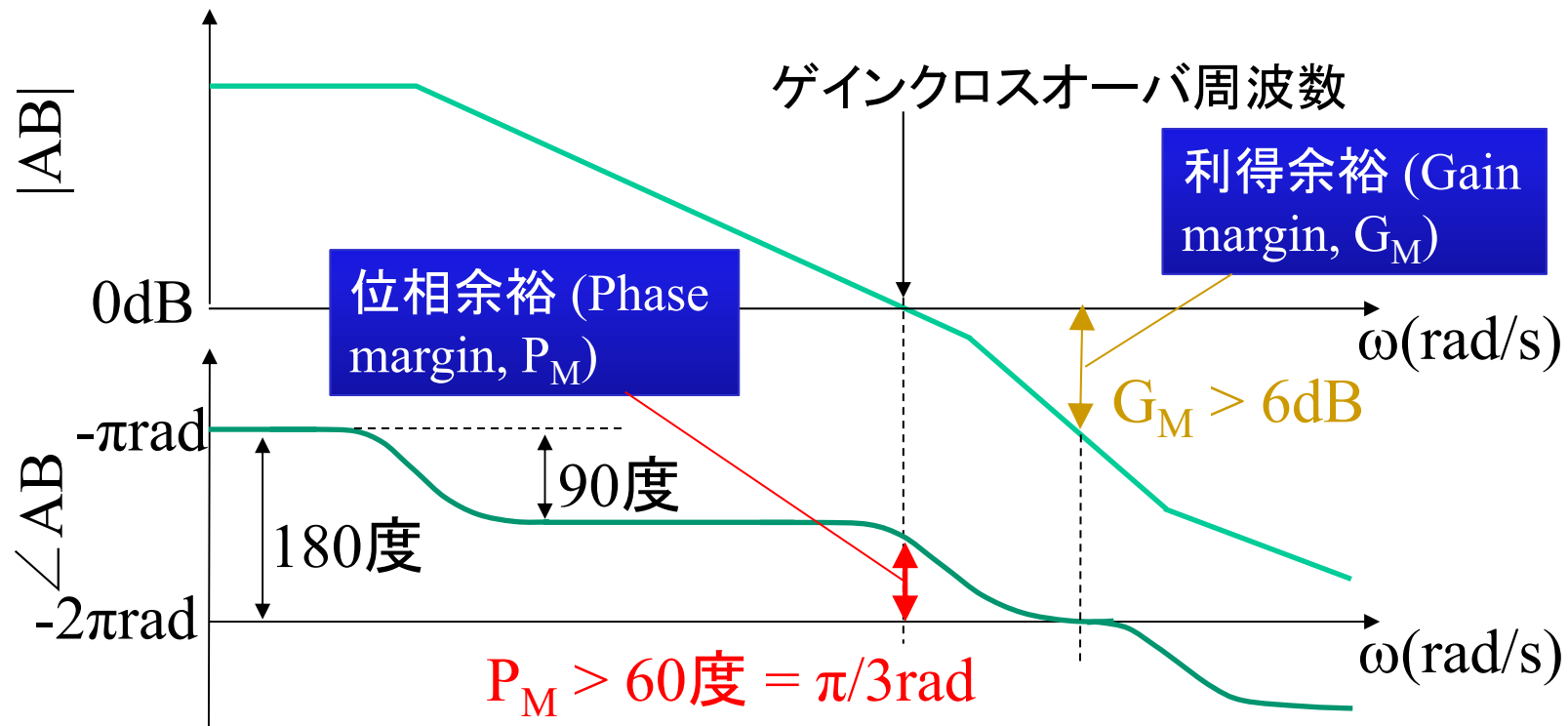
増幅回路にNFBを加えることで、増幅回路の利得を決定したり、さらに、色々な機能を作り出せるが、下記の問題を起こす可能性もある。

- 予期しない不安定化(=定常状態になるまでに時間がかかる)
- 予期しない発振(=入力していないのに出力が出てしまう)

周波数によってNFBになったりPFBになったりすることが原因なので、**ループ利得の位相変化が180度を超えないようにする。**

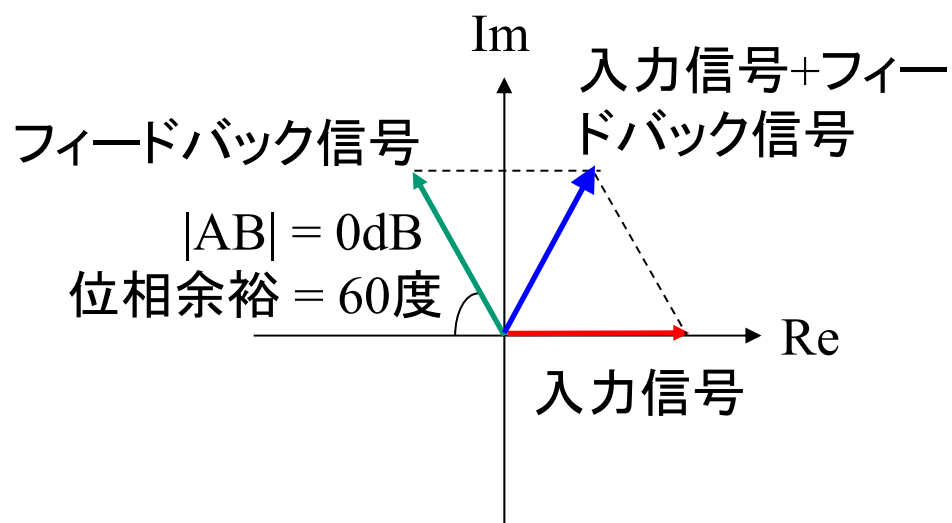


安定なフィードバックの条件



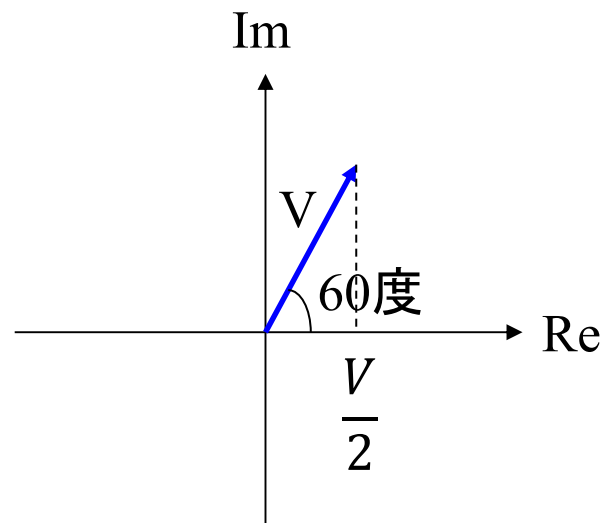
利得余裕と位相余裕

$P_M > 60$ 度の必要性



$P_M = 60$ 度 のとき、増幅器の出力が全てフィードバックされた場合、最初に入力された信号と同じ振幅の信号が増幅器に戻ってくる

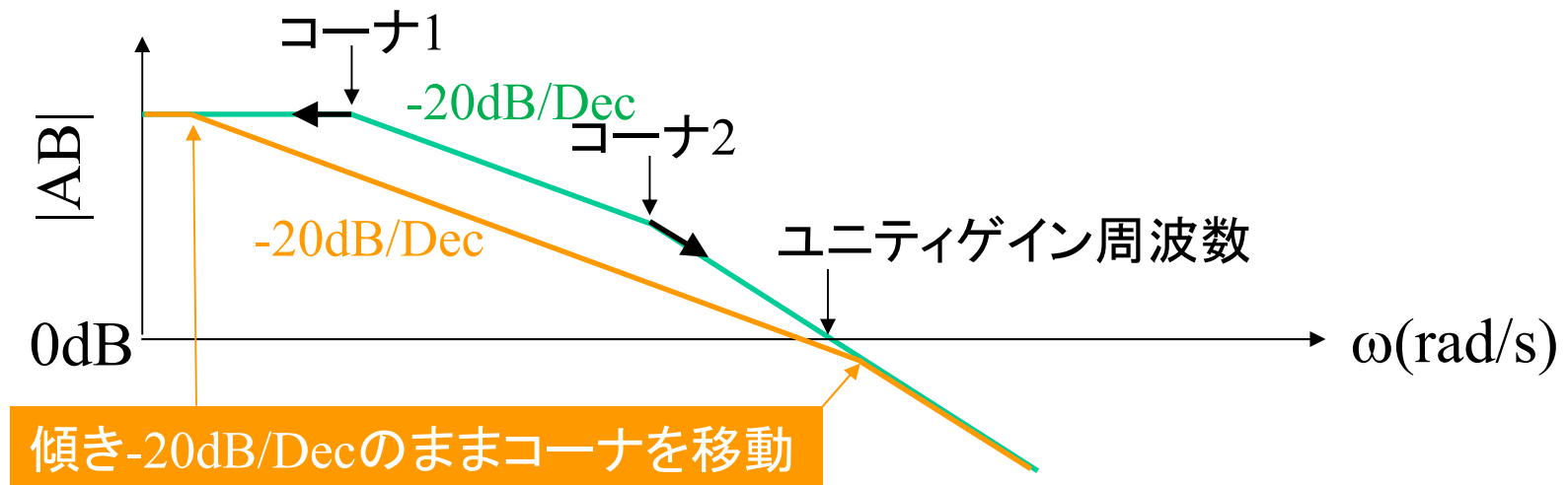
P_M と G_M の関係



振幅の0.5倍(6dB)変化 = 位相の60度変化

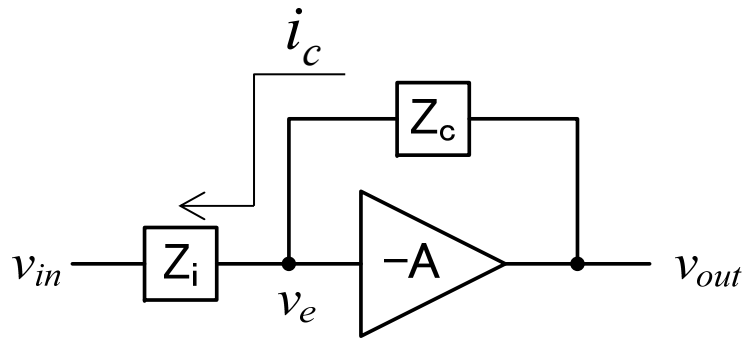
位相補償

コーナ1個当たり90度の位相変化が起こる。2段以上の増幅回路は、各段でコーナを1個以上持ち、全体で180度以上の位相変化が起こる可能性があるため、位相余裕または利得余裕を残すための仕組みとして位相補償(Phase compensation)を行う。



位相補償にはいろいろな方法がある。ここでは、簡便なフィードバックによるコーナの移動を説明する。

位相補償の例1



利得 = $-A$ の増幅回路のコーナを変更するため Z_i と Z_c で、出力信号をフィードバックする(一般的にフィードバックは、伝達関数の分母の形に影響を与える)。

$$A = \frac{A_0}{(1 + j\omega/\omega_{p1})(1 + j\omega/\omega_{p2})} \leftarrow \text{コーナが2個}$$

$$\begin{cases} v_e - v_{in} = Z_i i_c \\ v_{out} - v_e = Z_c i_c \\ v_{out} = -A v_e \end{cases} \Rightarrow i_c = \frac{1}{Z_c} \left(1 + \frac{1}{A} \right) v_{out} \cong \frac{1}{Z_c} v_{out} \quad (A \gg 1)$$

$$\text{Gain} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{-A}{1 + \frac{Z_i}{Z_c} A} = \frac{-A_0}{(1 + j\omega/\omega_{p1})(1 + j\omega/\omega_{p2}) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0}$$

追加

位相補償の例2

$$Gain = \frac{-A_0}{(1 + j\omega/\omega_{p1})(1 + j\omega/\omega_{p2}) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0}$$

$$= \frac{-A_0}{1 + j\omega \left(\frac{1}{\omega_{p1}} + \frac{1}{\omega_{p2}} \right) - \frac{\omega}{\omega_{p1}} \frac{\omega}{\omega_{p2}} + \frac{Z_i}{Z_c} A_0}$$

ωの次数(ボーン線図の傾き)を変えないでω_{p2}をx倍に変更

$$= \frac{-A_0}{1 + j\omega \left(\frac{1}{\omega_{p1}/x} + \frac{1}{\omega_{p2} \cdot x} \right) - \frac{\omega}{\omega_{p1}} \frac{\omega}{\omega_{p2}} + j\omega \left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}} \right) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0}$$

従って、 $j\omega \left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}} \right) + \frac{Z_i}{Z_c} A_0 = 0$ とすればよい。

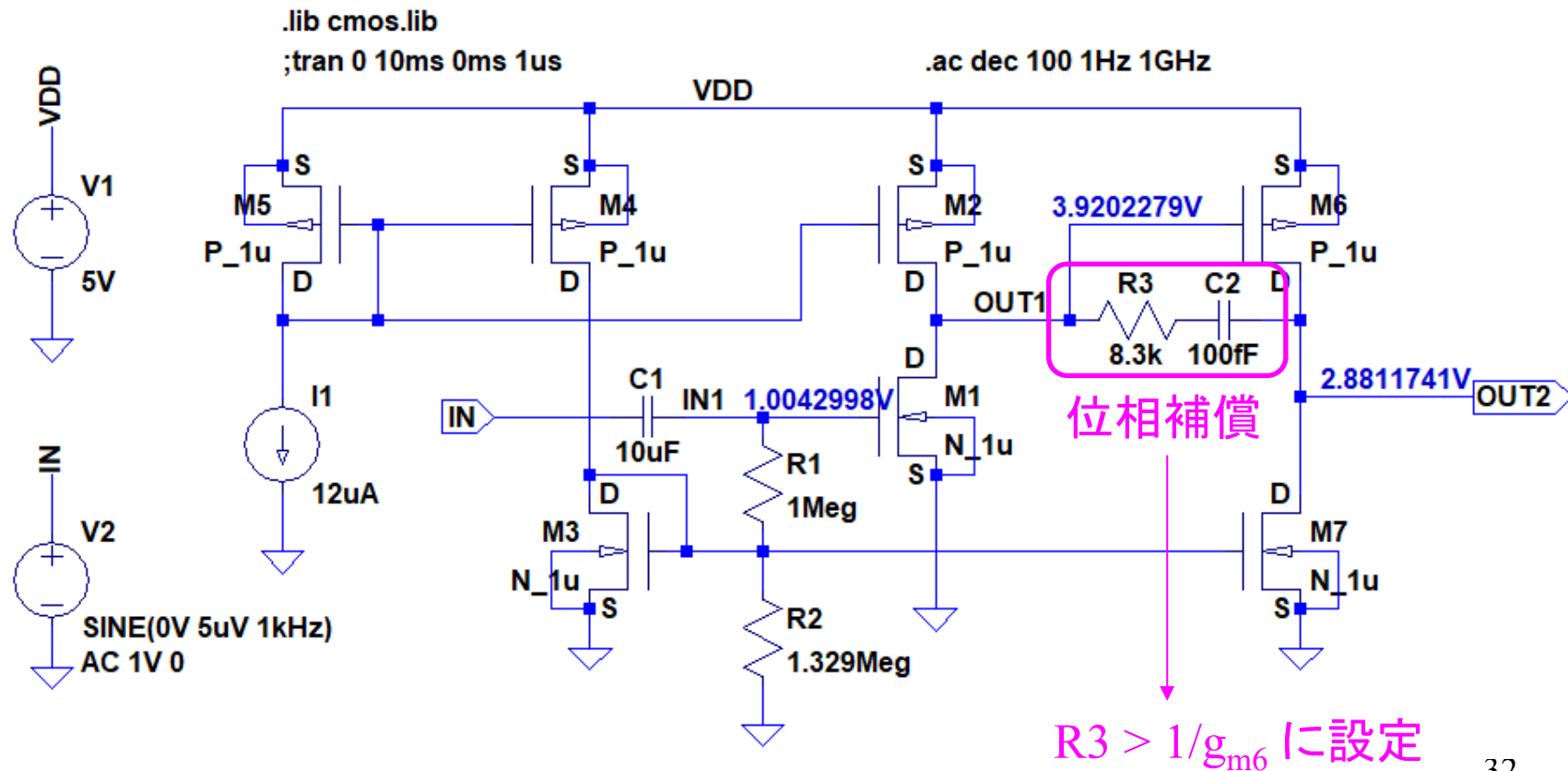
$$Z_i = R_i, \quad Z_c = \frac{1}{j\omega C_c} \text{ のとき、} \quad \frac{Z_i}{Z_c} A_0 = j\omega C_c R_i A_0 = -j\omega \left(\frac{1-x}{\omega_{p1}} + \frac{1-\frac{1}{x}}{\omega_{p2}} \right)$$

(クイズ) 位相補償回路の設計

$\omega_{p1} = 1\text{MEGrad/s}$, $\omega_{p2} = 10\text{MEGrad/s}$, $A_0 = 40\text{dB}$, $R_i = 3.7\text{MEG}\Omega$
の増幅回路のコーナを変更する。 $\omega_{p2} = 100\text{MEGrad/s}$ にするためには、 C_c を何ファラッドにすればよいか。

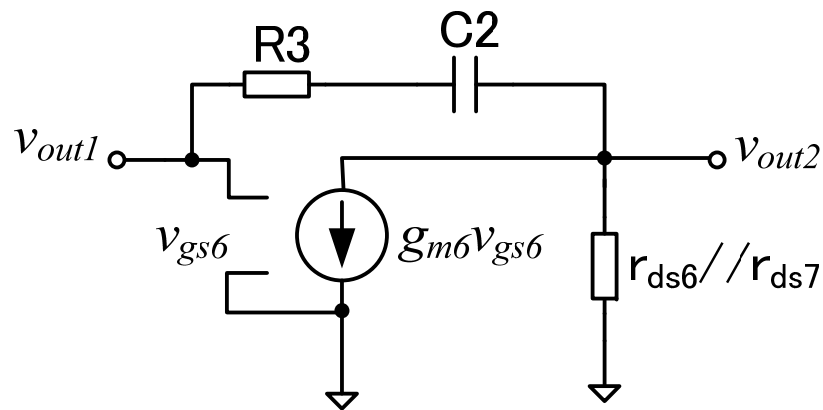
(参考) 7.1節の回路例の位相補償

7.1節の2段増幅回路にフィードバックすると不安定化する恐れがあるので、事前に位相補償を行っている。



(解説) s-平面上でのゼロの移動1

スライド27の解析では、増幅回路の出カインピーダンスを無視したが、実際には無視できないため、新たにゼロが発生する(第9章参照)。前スライドでは、ゼロを無効化するための細工としてR3を追加。



$$\begin{cases} v_{out1} - v_{out2} = \left(R3 + \frac{1}{j\omega C2} \right) i_1 \\ i_1 = i_2 + g_{m6} v_{gs6} \\ v_{out2} = (r_{ds6} // r_{ds7}) i_2 \end{cases}$$



$$Gain = \frac{v_{out2}}{v_{out1}} = -g_{m6} (r_{ds6} // r_{ds7}) \frac{1 - j\omega C2 \left(\frac{1}{g_{m6}} - R3 \right)}{1 + j\omega C2 (R3 + r_{ds6} // r_{ds7})}$$

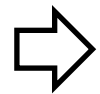
(解説) s-平面上でのゼロの移動2

$$\frac{1}{g_{m6}} - R3 > 0$$



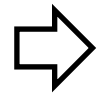
位相が-へ変化

$$\frac{1}{g_{m6}} - R3 = 0$$



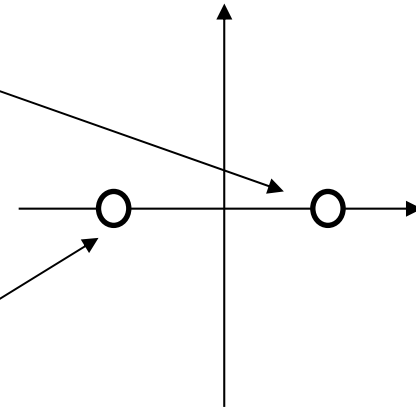
ゼロが消える($\omega_z \rightarrow \infty$)

$$\frac{1}{g_{m6}} - R3 < 0$$



位相が+へ変化

s-plane



ソース接地増幅回路のポールは、位相が-方向に変化するので、ゼロの位相を+方向に変化させて位相余裕を増やしている。

10.2節のまとめ

- 2段以上の増幅回路は、180度以上の位相変化が起こる可能性がある
 - 180度以上位相変化した増幅回路にNFBを加えると、高周波でPFBが起こり、回路が安定動作しない
- 増幅回路にNFBを加えても安定動作する条件
 - 位相余裕 60度以上
 - 利得余裕 2倍(6dB)以上
- 位相補償
 - 位相余裕、利得余裕を満足するために位相補償回路を追加する
 - ソース接地増幅回路では、入出力間にRとCを直列に挿入することで、位相補償が可能