

演習問題 2 解答例

- 【1】 Antialiasing フィルタと Reconstruction フィルタが、原理的に連続時間アナログ回路でなければ実現できない理由について説明せよ。

Antialiasing フィルタと Reconstruction フィルタは、信号帯域をサンプリング周波数/2 に制限するフィルタであるため、非周期的なスペクトラムをもつ連続時間信号を出力する回路でなければならない。

- 【2】 RC フィルタ（アクティブフィルタ）と SC フィルタの最も大きな長所と短所をあげよ。

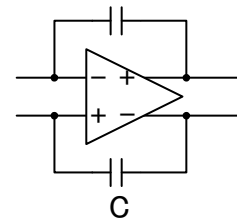
RC フィルタの長所： 連続時間信号を扱うことができる。（講義では詳しく説明しなかったが、RC フィルタは離散時間フィルタよりも低消費電力化しやすいので、低消費電力という解答でもよい）

RC フィルタの短所： 高精度化には、R, C の絶対精度が必要なので高精度化しにくい。

SC フィルタの長所： 容量比とクロック周波数で伝達関数が決定されるため高精度化しやすい。

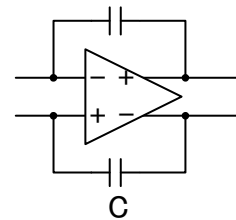
SC フィルタの短所： 連続時間信号を扱うことができない（AF や SF を作れない）。

- 【3】 下記の回路が、RC フィルタ（アクティブフィルタ）において、積分演算を行う仕組みについて説明せよ。



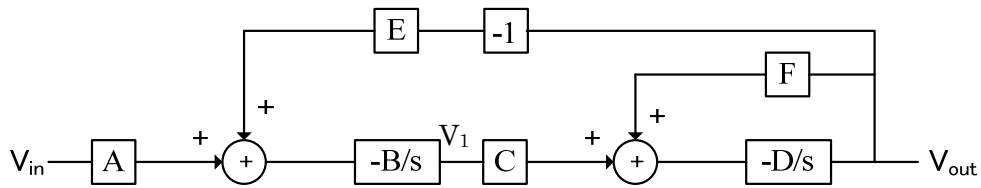
OPA の入力インピーダンスが無限に大きいと仮定するとき、入力電流を積分すると C の電荷 Q は入力電流の積分値となる。また、OPA の差動入力電圧がゼロ（仮想ショート）なので、出力電圧は、C に蓄積した電荷 Q に比例する。このため、電流を積分した結果を電圧に変換して出力する機能を持つ。

- 【4】 下記の回路が、SC フィルタにおいて、積分演算（累算）を行う仕組みについて説明せよ。



OPA の入力インピーダンスが無限に大きい場合、電荷 Q を入力すると、入力電荷 Q は C に蓄電され、入力電荷 Q を追加する度に、C に累算される。また、OPA の差動入力電圧がゼロ（仮想ショート）なので、出力電圧は C に累算された電荷 Q に比例する。このため、クロック周期ごとに電荷を積分（累算）した結果を電圧に変換してする機能を持つ。

【5】 下記のブロック図が表す伝達関数を求めよ。また、全差動型 RC フィルタの方式で回路を作成せよ。伝達関数の係数および回路図の素子定数は、A, B, C, D, E, F で表すこと。



上図のように、 V_1 と置き、 V_{out} と V_{in} の関係を求めると次式(1), (2)のようになる。

$$V_1 = -\frac{B}{s}(AV_{in} - EV_{out}) \quad (1)$$

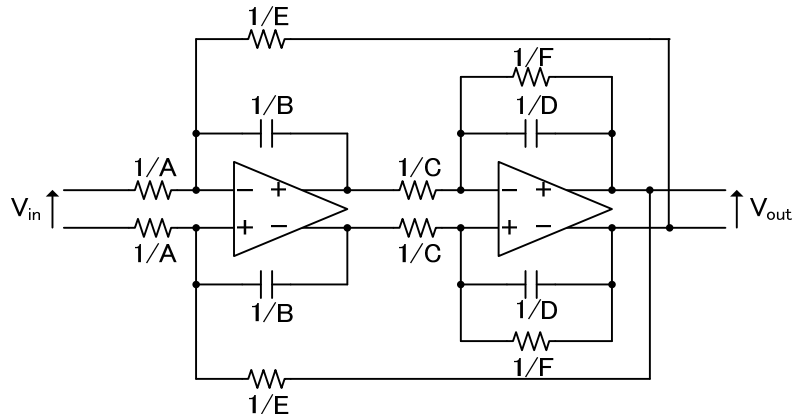
$$V_{out} = -\frac{D}{s}(CV_1 + FV_{out}) \quad (2)$$

(1), (2)より次式の伝達関数が求められる。

$$V_{out} = -\frac{D}{s}\left(-\frac{ABC}{s}V_{in} + \frac{BCE}{s}V_{out} + FV_{out}\right)$$

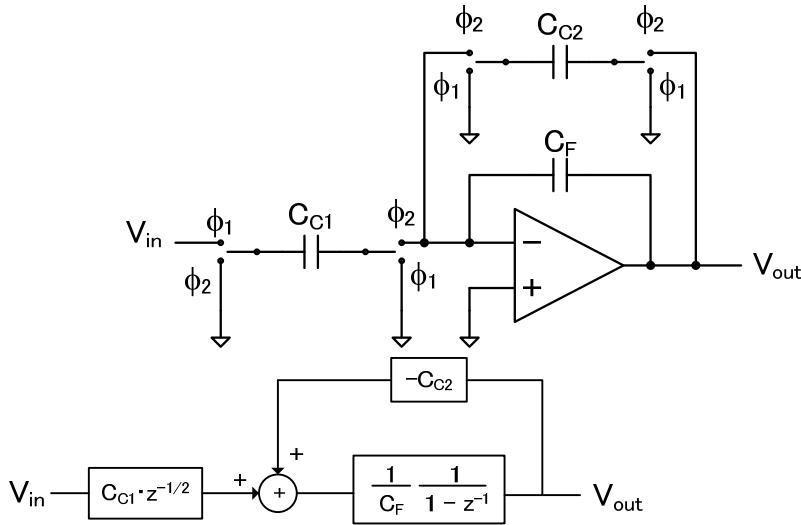
$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{ABCD}{s^2}}{\frac{BCDE}{s^2} + \frac{DF}{s} + 1} = \frac{ABCD}{s^2 + DFs + BCDE}$$

ブロックダイアグラムの定数倍をコンダクタンス (1/抵抗) に、 $-1/s$ の係数をキャパシタに置き換えることにより、下記のような RC フィルタが得られる。



(参考) 定数倍のブロックを抵抗に置き換える場合は、電圧入力-電流出力となるため、定数がコンダクタンス (電流 = コンダクタンス×電圧) になる。従って、抵抗値は、 $1/\text{コンダクタンス} = 1/\text{定数}$ となる。

【6】 次の回路図に相当するブロック図を示し、 z 変数での伝達関数およびポールの値を求めよ。サンプリング周期は T_s とする。



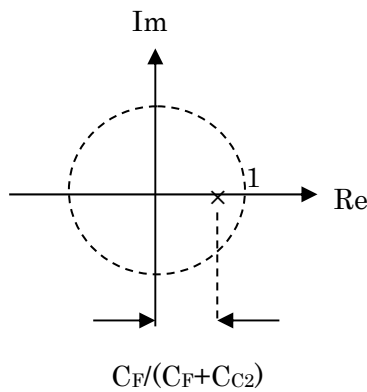
$$V_{out} = \frac{1}{C_F} \frac{1}{1 - z^{-1}} \left(C_{C1} z^{-\frac{1}{2}} V_{in} - C_{C2} V_{out} \right)$$

$$H(z) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{C_{C1}}{C_F} z^{-\frac{1}{2}}}{\frac{C_{C2}}{C_F} \frac{1}{1 - z^{-1}} + 1} = \frac{\frac{C_{C1}}{C_F} z^{-\frac{1}{2}}}{1 + \frac{C_{C2}}{C_F} - z^{-1}}$$

ポールは、

$$z^{-1} = 1 + \frac{C_{C2}}{C_F}$$

$$z = \frac{C_F}{C_F + C_{C2}}$$



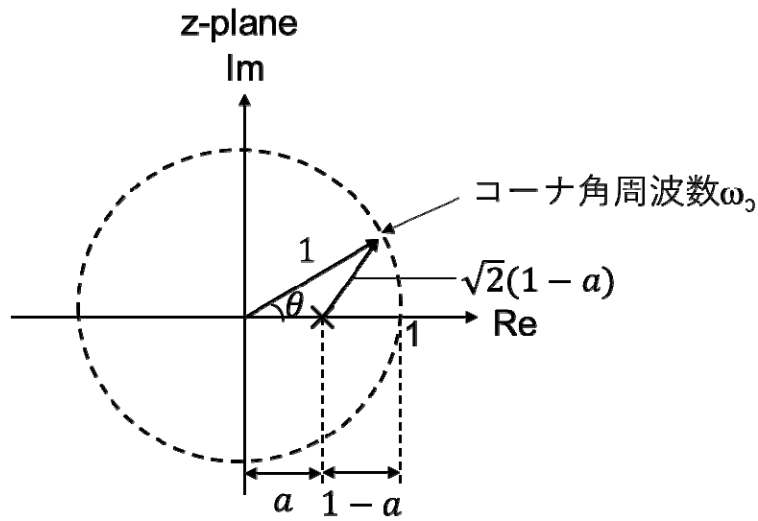
(参考) z 変数のポールから、下記のように直流利得と遮断周波数が求められる。

$$H(z) = \frac{\frac{C_{C1}}{C_F} z^{-\frac{1}{2}}}{1 + \frac{C_{C2}}{C_F} - z^{-1}}$$

ポール $z_p = \frac{C_F}{C_F + C_{C2}}$

周波数 0Hz ($z = 1$)における利得 $H(z = 1) = \frac{\frac{C_{C1}}{C_F}}{\frac{C_{C2}}{C_F}} = \frac{C_{C1}}{C_{C2}}$

第2章スライド36より、下記の関係を満たす位置にコーナが発生する。aは、z変数のポールを表す。



余弦定理より、

$$\begin{aligned} \cos \theta = \cos \omega_p T_S &= \frac{1 + a^2 - \{\sqrt{2}(1-a)\}^2}{2a} = \frac{4a - (1 + a^2)}{2a} \\ &= 1 - \frac{C_{C2}^2}{2C_F(C_F + C_{C2})} \end{aligned}$$

コーナ周波数

$$\omega_p = \frac{1}{T_S} \cos^{-1} \left(1 - \frac{C_{C2}^2}{2C_F(C_F + C_{C2})} \right)$$